

Allgemeine Relativitätstheorie

Torsten Fließbach

Allgemeine Relativitätstheorie

6. Auflage

Springer Spektrum Verlag Heidelberg · Berlin · Oxford

III

Autor:

Prof. Dr. Torsten Fließbach

Universität Siegen

57068 Siegen

fliessbach@physik.uni-siegen.de

Vorwort

Das vorliegende Buch entstand im Verlauf von Vorlesungen über Allgemeine Relativitätstheorie an der Universität Siegen. Es richtet sich an Physikstudenten, die die Kurse über Theoretische Mechanik und Elektrodynamik erfolgreich absolviert haben. Wie eine Vorlesung soll es als erste Einführung in das Thema dienen. Die Darstellung bewegt sich auf dem Niveau einer Kursvorlesung in Theoretischer Physik, also auf einem für das Thema eher einfachen Niveau. Dabei wird mehr Wert gelegt auf anschauliche Erläuterungen und konkrete Beispiele als auf formale Beweise und mathematische Akribie. Die Verbindung zur Elektrodynamik wird, wo immer es sich anbietet, ausführlich dargestellt. Anhand der Ähnlichkeiten und Unterschiede zu dieser dem Leser schon bekannten Theorie wird der Zugang erleichtert und eine erste Einordnung in das Gesamtgebiet der Theoretischen Physik möglich.

Ich habe einen ähnlichen physikalischen Zugang und weitgehend den gleichen mathematischen Formalismus gewählt wie Steven Weinberg in seinem Buch *Gravitation and Cosmology* [1]. Einige Anregungen habe ich ferner dem Buch [2] von Sexl und Urbantke entnommen. Das umfassendste Standardwerk *Gravitation* [3] wurde von Misner, Thorne und Wheeler verfasst. Eine weitere Empfehlung gilt den Lehrbüchern von Rindler [4], Stephani [5] und Kenyon [6]. Für die Grundlagen der Mechanik verweise ich gelegentlich auf meine *Mechanik* [7]. Übersichtsartikel zu wissenschaftlichen Fragen, die über den Rahmen dieses Buchs hinausführen, kann der Leser bei Hall und Pulham [8] finden.

In enger Anlehnung an den Text, teilweise aber auch zu dessen Fortführung und Ergänzung werden mehr als 40 Übungsaufgaben gestellt (seit der fünften Auflage mit Musterlösungen). Diese Aufgaben erfüllen ihren Zweck nur dann, wenn sie vom Studenten möglichst eigenständig bearbeitet werden. Diese Arbeit sollte daher vor der Lektüre der Musterlösungen liegen.

Alle bisherigen Experimente stimmen mit den Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie überein. Dabei wurden die Fehlergrenzen der experimentellen Ergebnisse im Laufe der Zeit immer kleiner. Für die angeführten Ergebnisse beziehe ich mich meistens auf den Übersichtsartikel [9] von Will.

Mit den großen Entdeckungen der 1960er Jahre (Quasare, kosmische Hintergrundstrahlung, Pulsare) konnte die Kosmologie sich als experimentelle Wissenschaft etablieren. Neue astrophysikalische Experimente seit den 1990er Jahren (wie das Hubble-Space-Teleskop und andere Satelliten- und Raumsondenmissionen) haben zu einem weiteren Aufschwung und zu einer erstaunlich genauen Kenntnis der kosmologischen Parameter [10] geführt.

VI

In der vorliegenden sechsten Auflage wurden zunächst einige der zitierten experimentellen Ergebnisse aktualisiert [9,10], einige Fehler beseitigt, und an zahlreichen Stellen kleinere Ergänzungen und Verbesserungen vorgenommen. Die Behandlung der Schwarzen Löcher wurde erweitert, insbesondere wird in einem neuen Kapitel die Frage einer Massenuntergrenze diskutiert. In diesem Zusammenhang wird auch auf die Frage eingegangen, ob eventuell gefährliche Schwarze Löcher in Beschleunigern erzeugt werden könnten.

Bei Ernst W. Behrens, Jan Jeske, Michael Göllés, David Walker und weiteren Lesern früherer Auflagen bedanke ich mich für wertvolle Hinweise. Ein spezieller Dank gilt meinen Kollegen Yasusada Nambu, Tatsuo Shoji and Ryo Sugihara von der Universität Nagoya, die die 4. Auflage dieses Buchs ins Japanische übersetzt haben und die mir im Laufe dieser mühevollen Arbeit viele nützliche Ratschläge gegeben haben. Für die aktuelle Neuauflage verdanke ich Claus Lämmerzahl (Bremen) und Gerhard Schäfer (Jena) wichtige Hinweise. Viele Neuformulierungen und Korrekturen in den Teilen IX bis X beruhen auf Vorschlägen von David Walker (Sternwarte Lübeck).

Fehlermeldungen, Bemerkungen und sonstige Hinweise sind jederzeit willkommen, etwa über den Kontaktlink auf meiner Homepage www2.uni-siegen.de/~flieba/. Auf dieser Homepage finden sich auch eventuelle Korrekturlisten.

April 2012

Torsten Fließbach

Literaturangaben

- [1] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley and Sons, New York 1972
- [2] R. U. Sexl und H. K. Urbantke, *Gravitation und Kosmologie*, 5. Auflage, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2002
- [3] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman, San Francisco 1973
- [4] W. Rindler, *Essential Relativity*, 2nd edn., Springer Verlag, New York 1977 (rev. printing 1990)
- [5] H. Stephani, *Allgemeine Relativitätstheorie*, 4. Auflage, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1991
- [6] I. R. Kenyon, *General Relativity*, 2nd edn., Oxford University Press, 1990
- [7] T. Fließbach, *Mechanik*, 6. Auflage, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2009
- [8] G. S. Hall and J. R. Pulham (Eds.), *General Relativity*, SUSSP Publication Edinburgh and IOPP, Bristol 1996
- [9] C. M. Will, *The confrontation between General Relativity and Experiment* <http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2006-3>
- [10] N. Jarosik et al., *Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Data Processing, Sky Maps and Basic Results* arXiv:1001.4744v1[astro-ph]

Diese Arbeit (wie auch später noch zitierte Originalarbeiten) findet der Leser in dem von Physikern am meisten benutzten eprint-Archiv: Die Internetadresse lautet <http://arxiv.org/> (oder auch <http://de.arxiv.org/>). Die ersten vier Ziffern des Zitats geben das Jahr und den Monat an (hier Januar 2010). Die Buchstaben in eckigen Klammern stehen für das Gebiet (hier astro-ph für Astrophysik). Das Archiv ist auch empfehlenswert für die Suche nach Originalarbeiten zu ausgesuchten Themen oder von bestimmten Autoren.

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung	1
1	Newtons Gravitationstheorie	1
2	Ziel der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART)	4
II	Spezielle Relativitätstheorie	7
3	Lorentztransformationen	7
4	Relativistische Mechanik	15
5	Tensoren im Minkowskiraum	20
6	Elektrodynamik	26
7	Relativistische Hydrodynamik	30
8	Energie-Impuls-Tensor	36
III	Physikalische Grundlagen der ART	41
9	Bezugssysteme	41
10	Äquivalenzprinzip	49
11	Bewegung im Gravitationsfeld	54
12	Gravitationsrotverschiebung	60
13	Geometrische Aspekte	68
IV	Mathematische Grundlagen der ART	75
14	Tensoren im Riemannschen Raum	75
15	Kovariante Ableitung	81
16	Parallelverschiebung	85
17	Verallgemeinerte Vektoroperationen	91
18	Krümmungstensor	95
V	Grundgesetze der ART	101
19	Kovarianzprinzip	101
20	Gesetze mit Gravitation	108
21	Einsteinsche Feldgleichungen	116
22	Struktur der Feldgleichungen	124

Inhaltsverzeichnis	IX
VI Statische Gravitationsfelder	131
23 Isotrope statische Metrik	131
24 Schwarzschildmetrik	136
25 Bewegung im Zentralfeld	140
26 Lichtablenkung	147
27 Periheldrehung	152
28 Radarechoverzögerung	158
29 Geodätische Präzession	162
30 Thirring-Lense-Effekt	167
31 Tests der ART	176
VII Gravitationswellen	181
32 Ebene Wellen	181
33 Teilchen im Feld der Welle	188
34 Energie und Impuls der Welle	192
35 Quadrupolstrahlung	196
36 Quellen der Gravitationsstrahlung	204
37 Nachweis von Gravitationsstrahlung	215
VIII Statische Sternmodelle	223
38 Sternleichgewicht	225
39 Innere Schwarzschildmetrik	236
40 Relativistische Sterne	242
41 Newtonsche Sterne	247
42 Weißer Zwerg	251
43 Neutronenstern. Pulsar	256
IX Dynamische Sternmodelle	261
44 Isotrope zeitabhängige Metrik und Birkhoff-Theorem	261
45 Schwarzschildradius	265
46 Isotrope zeitabhängige Metrik in Gaußkoordinaten	269
47 Gravitationskollaps. Supernova	272
48 Schwarzes Loch. Quasar	281
49 Massenuntergrenze für Schwarze Löcher?	293
X Kosmologie	300
50 Kosmologisches Prinzip und Robertson-Walker-Metrik	300
51 Rotverschiebungs-Abstands-Relation	308

52	Kosmische Entfernungsleiter	316
53	Weltmodelle	322
54	Weltzustand	329
55	Kosmologisches Standardmodell	338
Lösungen der Aufgaben		351
Register		377