

Korrekturen<sup>1</sup> zur *Elektrodynamik*, 5. Auflage, 2008

**Seite 91:** Gleichung (10.11) wird korrigiert zu

$$\Phi(r, \theta) = \frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} = \frac{q}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2 r r_0 \cos \theta}} \quad (10.11)$$

**Seite 92:** Die Zeile nach (10.14) muss lauten: Der Vergleich mit (10.9) ergibt

**Seite 147:** Der linke Teil von (16.10),  $U = \oint d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}'$ , ist nur bis zur Ordnung  $v/c$  korrekt; dies gilt auch für die nachfolgenden Rechnungen. Der Abschnitt über das Faradaysche Induktionsgesetz wurde daher für die 6. Auflage neuformuliert. Diese genauere Darstellung wird auf den nächsten Seiten wiedergegeben.

**Seite 184:** Die letzte Gleichung auf dieser Seite muss lauten

$$\begin{aligned} (\mathbf{k}/k) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= (\mathbf{k}/k) \cdot \operatorname{Re} i k A_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \\ &= \operatorname{Re} i \mathbf{k} \cdot A_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \stackrel{(20.19)}{=} 0 \end{aligned} \quad (20.25)$$

**Seite 199:** Gleichung (21.18) wird korrigiert zu

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= C_1 X'(x) \sin\left(\frac{m \pi y}{L_2}\right) \sin\left(\frac{n \pi z}{L_3}\right) \exp(-i \omega t) \\ &+ C_2 Y'(y) \sin\left(\frac{l \pi x}{L_1}\right) \sin\left(\frac{n' \pi z}{L_3}\right) \exp(-i \omega' t) \\ &+ C_3 Z'(z) \sin\left(\frac{l' \pi x}{L_1}\right) \sin\left(\frac{m' \pi y}{L_2}\right) \exp(-i \omega'' t) = 0 \end{aligned} \quad (21.18)$$

**Seite 287:** Die letzte Gleichung auf dieser Seite muss lauten

$$\sigma(\omega) = \frac{n_0 e^2}{m_e \Gamma} \frac{1}{1 - i \omega / \Gamma} \quad (\text{Leitfähigkeit}) \quad (31.16)$$

**Seite 292:** Der erste Abschnitt mit der Überschrift **Metall** wird neu formuliert:

Für freie Elektronen in einem statischen Feld ( $\omega = 0$ ) erfolgt die Auslenkung in Richtung des Felds, und sie ist beliebig groß, daher

$$\varepsilon(0) = +\infty \quad (31.30)$$

Praktisch ist die Auslenkung durch die Oberfläche des Metalls begrenzt.

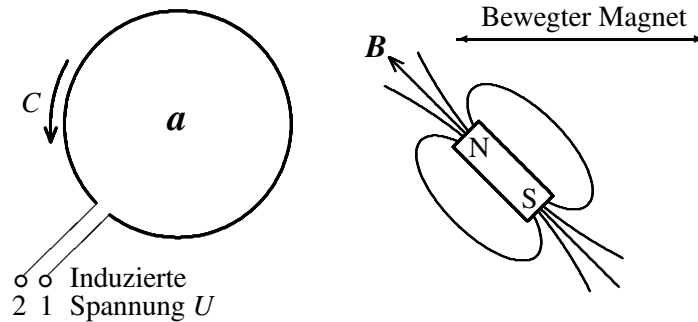
---

<sup>1</sup>Für wertvolle Hinweise bedanke ich mich bei Christian Strothkaemper und Martina Schwind. Kritische Fragen und weiterführende Anmerkungen von Michael Lenz (Dresden) haben zu einer Neuformulierung des Abschnitts über das Faradaysche Induktionsgesetz geführt.

Sobald wir uns dem statischen Fall nur annähern ( $\omega \rightarrow 0$ ), gibt es im realen Metall Stöße der Elektronen. Aus (31.15) folgt dann  $\varepsilon = \varepsilon_0 + 4\pi i \sigma$  mit der Leitfähigkeit  $\sigma$ . In Kapitel 34 wird das Drude-Modell (31.15) für Metalle noch weiter untersucht.

**Seite 344:** In den Zeilen nach (37.30) ist eine Gleichungsnummer zu korrigieren:

Die Amplituden  $E_0 = \sqrt{E_0^2}$ ,  $E'_0$  und  $E''_0$  sind im Allgemeinen komplex. Wegen (37.15) ist (37.28) äquivalent zu (37.30). Es genügt daher, die beiden Gleichungen (37.29) und (37.30) zu betrachten.



**Abbildung 16.1** Ein Magnet wird relativ zu einer ruhenden Drahtschleife bewegt. Dann induziert das zeitabhängige Magnetfeld eine Spannung, die an den beiden Drahtenden gemessen werden kann. Dieser Effekt wird durch das Faradaysche Induktionsgesetz beschrieben. Auf diesem Effekt beruht die Stromerzeugung in einem Dynamo oder Generator, aber beispielsweise auch die Funktion eines Transformators oder eines elektrodynamischen Mikrophons. – Bei der angegebenen Richtung von  $C$  zeigt die Fläche  $a$  zum Betrachter hin.

### Faradaysches Induktionsgesetz

Wir integrieren die Gleichung  $\text{rot } \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}/c$  über eine zeitunabhängige Fläche  $a$  mit dem Rand  $C$  und verwenden den Stokesschen Satz:

$$\oint_C d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \int_a d\mathbf{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (16.8)$$

Eine gegebene Kontur  $C$  kann durch verschiedene Flächen überspannt werden, etwa  $a_1$  und  $a_2$ . Die Differenz  $\int_{a_1} d\mathbf{a} \cdot \mathbf{B} - \int_{a_2} d\mathbf{a} \cdot \mathbf{B}$  verschwindet aber; denn sie kann in ein geschlossenes Oberflächenintegral  $\oint d\mathbf{a} \cdot \mathbf{B} = \int d^3r \text{div } \mathbf{B} = 0$  übergeführt werden. Die genaue Wahl der Fläche ist daher nicht relevant.

Schneidet man die geschlossene Kontur auf, dann ergeben sich zwei unmittelbar benachbarte Endpunkte. Zwischen ihnen ergibt sich die Spannung

$$U = \int_1^2 d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E} = \oint d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E} \quad (16.9)$$

Für infinitesimal benachbarte Punkte (und stetiges  $\mathbf{E}$ -Feld) ist das Linienintegral von 1 bis 2 gleich dem Integral über die geschlossene Kontur  $C$ . Man kann die *induzierte Spannung*  $U$  messen, wenn man längs der aufgeschnittenen Kontur  $C$  eine Drahtschleife legt (Abbildung 16.1). Aufgrund der Kräfte  $q\mathbf{E}$  verschieben sich die beweglichen Ladungen im Draht solange, bis das mittlere elektrische Feld im Draht verschwindet (Teil VI). Die resultierenden Ladungsansammlungen an den Drahtenden führen dann dazu, dass sich die Spannung  $U$  an dieser Stelle aufbaut<sup>2</sup>. Diese *Induktion* einer Spannung wurde 1831 durch Faraday beobachtet. Diese Messung verifiziert die Gleichung  $\text{rot } \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}/c$ .

<sup>2</sup>Da das mittlere elektrische Feld im Draht verschwindet, wird die elektrische Feldstärke in den Spalt von  $2 \rightarrow 1$  verschoben,  $U = \int_2^1 d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E} = \int_2^1 d\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_{\text{spalt}}$ . Damit hat die am Spalt gemessene Spannung das umgekehrte Vorzeichen.

Die induzierte Spannung ist so gerichtet, dass der von ihr hervorgerufene Strom das angelegte Magnetfeld schwächt. Dies wird als *Lenzsche Regel* formuliert: Die Induktionsströme sind so gerichtet, dass ihr Magnetfeld das verursachende Magnetfeld schwächt. Dies führt zu einer Erklärung des Diamagnetismus (Kapitel 32).

Wir kommen nun zum Fall einer zeitabhängigen Kontur  $C(t)$  und Fläche  $a(t)$ . Wenn man zu einem Zeitpunkt  $t$  die Maxwellgleichung  $\text{rot } \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}/c$  über die Fläche  $a(t)$  integriert, erhält man wieder die Form (16.8). In diesem Fall ist die linke Seite aber nicht die induzierte Spannung; insofern ist diese Form der Gleichung ohne besonderes Interesse. Um die Induktionsspannung für eine zeitabhängige Kontur zu erhalten, muss man die elektrostatische Kraft  $q\mathbf{E}$  durch die Lorentzkraft  $q(\mathbf{E} + (\mathbf{v}/c) \times \mathbf{B})$  ersetzen;  $q$  steht hier für eine mit der Kontur mitbewegte Probeladung, und  $\mathbf{v}$  ist die Geschwindigkeit des betrachteten Linienelements  $d\mathbf{r}$ . Damit erhalten wir die Induktionsspannung

$$U = \oint_{C(t)} d\mathbf{r} \cdot \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \quad (16.10)$$

Man kann dies auch formal ableiten<sup>3</sup>; dazu wird aber das Transformationsverhalten der Felder (Kapitel 18 und 22) benötigt.

Die Verallgemeinerung der rechten Seite von (16.8) berücksichtigt die Änderung des magnetischen Flusses aufgrund der Zeitabhängigkeit der Fläche  $a(t)$ :

$$U = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_{a(t)} d\mathbf{a} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi_m}{dt} \quad (16.11)$$

Dies ist die Hauptform des *Faradayschen Induktionsgesetzes* (auch Faradaysches Gesetz genannt). Das Faradaysche Induktionsgesetz besagt: Die induzierte Spannung wird durch die Änderung des magnetischen Flusses  $\Phi_m = \int d\mathbf{a} \cdot \mathbf{B}$  durch die Schleife bestimmt. Für eine zeitunabhängige Kontur reduziert sich (16.11) auf (16.8); auch die speziellere Aussage (16.8) wird als Faradaysches Induktionsgesetz bezeichnet.

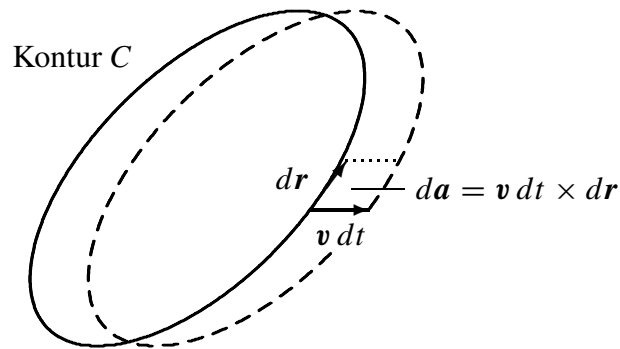
Wir zeigen nun noch die Äquivalenz von (16.11) und (16.10). Für die zeitliche Änderung eines Flächenelements lesen wir  $d\mathbf{a}/dt = (\mathbf{v} \times d\mathbf{r})$  aus Abbildung 16.2 ab. Dies verwenden wir in

$$\frac{d\Phi_m}{dt} = \int \frac{d\mathbf{a}}{dt} \cdot \mathbf{B} + \int d\mathbf{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \stackrel{(16.8)}{=} -c \oint d\mathbf{r} \cdot \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \quad (16.12)$$

Damit ist (16.11) aus den Maxwellgleichungen und der Lorentzkraft abgeleitet.

Eine Anwendung der Induktion ist die Wirbelstrombremse. Eine leitende, rotierende Metallscheibe wird an einer Stelle einem konstanten Magnetfeld ausgesetzt,

<sup>3</sup>Im momentanen Ruhesystem  $IS'$  eines Linienelements ist die induzierte Spannung  $dU' = \mathbf{E}' \cdot d\mathbf{r}'$ . Mit  $dU' = \gamma dU$  (Nullkomponente des 4-Vektors  $A_\alpha$ ),  $\mathbf{E}'_{\parallel} = \mathbf{E}_{\parallel}$  und  $\mathbf{E}'_{\perp} = \gamma(\mathbf{E}_{\perp} + (\mathbf{v}/c) \times \mathbf{B})$  aus (22.6), und  $d\mathbf{r}'_{\parallel} = \gamma d\mathbf{r}_{\parallel}$  und  $d\mathbf{r}'_{\perp} = d\mathbf{r}_{\perp}$  (Längenkontraktion) erhalten wir schließlich  $dU = d\mathbf{r} \cdot (\mathbf{E} + (\mathbf{v}/c) \times \mathbf{B})$ .



**Abbildung 16.2** Das Faradaysche Induktionsgesetz (16.11) lässt eine Zeitabhängigkeit der Kontur  $C(t)$  zu. Wenn sich ein herausgegriffenes Linienelement  $dr$  mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt, liefert es den Beitrag  $da = v dt \times dr$  zur Änderung der Fläche. — Man kann für jedes einzelne Linienelement  $dr$  eine lokale Geschwindigkeit  $v$  verwenden. Daraus ergeben sich dann beliebige stetige Verformungen oder Bewegungen der Kontur (im Gegensatz zur Skizze).

das senkrecht zur Scheibe steht. Wegen der Drehung der Scheibe kommt es an dieser Stelle zu Induktionsströmen (Wirbelströmen). Die endliche Leitfähigkeit des Metalls bedingt, dass dabei Energie in Wärme umgewandelt wird (31.24). Diese Energie geht der Rotationsenergie der Scheibe verloren.