Korrekturen[1] zur *Elektrodynamik*, 6. Auflage, 2012

Seite 128: Im Anschluss an Gleichung (14.11) wird gesagt, dass die magnetischen Feldlinien geschlossen sind. Diese Aussage gilt aber nur eingeschränkt. Daher wird der Text im Anschluss an (14.11) modifiziert:

$$\oint_a d\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{B} = \int_V d^3r \ \mathrm{div}\, \boldsymbol{B} = 0 \qquad (14.11)$$

Dabei ist V das von a eingeschlossene Volumen. Dies bedeutet anschaulich, dass ebensoviele Feldlinien in V hineingehen, wie wieder herausgehen. In der Regel folgt hieraus, dass die Feldlinien geschlossen sind[a]. Nach (14.11) gibt es keine magnetischen Ladungen, die Ursprung von Feldlinien sind.

[a]Hierzu betrachte man etwa das Feldlinienbild einer endlichen, stromdurchflossenen Spule (Abbildung 14.2 rechter Teil) oder eines stromdurchflossenenen Drahtkreises (Abbildung 15.1). Es gibt aber Ausnahmen von dieser Aussage, siehe Luca Zilberti, *The Misconception of Closed Magnetic Flux Lines*, IEEE Mag. Lett. 8 (2017) 1-5.

Seite 147 – 148: Die Formulierung des Abschnitts *Faradaysches Induktionsgesetzes* wurde für die 7. Auflage noch einmal überarbeitet. Der neue Abschnitt wird auf den folgenden Seiten wiedergegeben.

[1]Für wertvolle Hinweise bedanke ich mich bei Christopher Künstler, Michael Lenz und Fabian Samad.

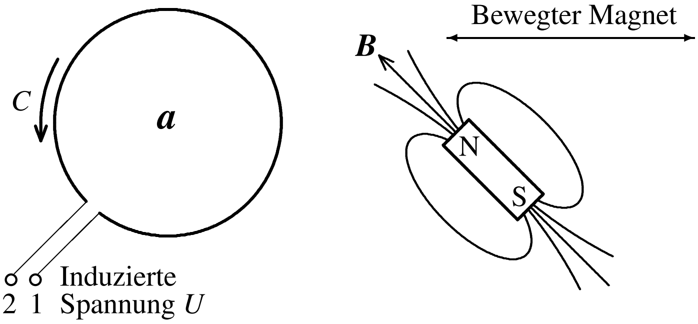

Abbildung 16.1 Ein Magnet wird relativ zu einer ruhenden Drahtschleife bewegt. Dann induziert das zeitabhängige Magnetfeld eine Spannung, die an den beiden Drahtenden gemessen werden kann. Dieser Effekt wird durch das Faradaysche Induktionsgesetz beschrieben. Auf diesem Effekt beruht die Stromerzeugung in einem Dynamo oder Generator, aber beispielsweise auch die Funktion eines Transformators oder eines elektrodynamischen Mikrophons. – Bei der angegebenen Richtung von C zeigt die Fläche $\boldsymbol{a}$ zum Betrachter hin.

Faradaysches Induktionsgesetz

Wir integrieren die Maxwellgleichung $\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\dot{\boldsymbol{B}}/c$ über eine zeitunabhängige Fläche $\boldsymbol{a}$ mit dem Rand C und verwenden den Stokesschen Satz:

$$\oint_C d\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\int_a d\boldsymbol{a}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} \tag{16.8}$$

Eine gegebene Kontur C kann durch verschiedene Flächen überspannt werden, etwa a_1 und a_2. Die Differenz $\int_{a_1} d\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{B} - \int_{a_2} d\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{B}$ verschwindet aber; denn sie kann in ein geschlossenes Oberflächenintegral $\oint d\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{B} = \int d^3r\,\operatorname{div}\boldsymbol{B} = 0$ überführt werden. Die genaue Wahl der Fläche ist daher nicht relevant.

Schneidet man die geschlossene Kontur auf, dann ergeben sich zwei benachbarte Endpunkte 1 und 2. Zwischen ihnen ergibt sich die Spannung

$$U = \int_1^2 d\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{E} = \oint d\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{E} \tag{16.9}$$

Für infinitesimal benachbarte Punkte 1 und 2 ist das Linienintegral gleich dem Integral über die geschlossene Kontur C. Man kann die *induzierte Spannung* (oder Induktionsspannung) U messen, wenn man längs der aufgeschnittenen Kontur C eine Drahtschleife legt (Abbildung 16.1). Aufgrund der Kräfte $q\boldsymbol{E}$ verschieben sich die beweglichen Ladungen im Draht solange, bis das mittlere elektrische Feld im Draht verschwindet (Teil VI). Die resultierenden Ladungsansammlungen an den Drahtenden führen dann dazu, dass sich die Spannung U an dieser Stelle aufbaut[2]. Diese *Induktion* einer Spannung wurde 1831 durch Faraday beobachtet. Diese Messung verifiziert die Gleichung $\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\dot{\boldsymbol{B}}/c$.

[2]Da das mittlere elektrische Feld im Draht verschwindet, wird die elektrische Feldstärke in den Spalt von $2 \to 1$ verschoben, $U = \oint d\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{E} = \int_2^1 d\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{E}_{\text{spalt}} = -\int_1^2 d\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{E}_{\text{spalt}}$. Damit hat die am Spalt gemessene Spannung das umgekehrte Vorzeichen.

Wenn ein zeitabhängiges Magnetfeld (wie etwa in Abbildung 16.1) einen Strom in einer geschlossenen Drahtschleife hervorruft, dann schwächt der hervorgerufene Strom das äußere Magnetfeld. Dies wird als *Lenzsche Regel* formuliert: Die Induktionsströme sind so gerichtet, dass ihr Magnetfeld das verursachende Magnetfeld schwächt. Dies führt zu einer Erklärung des Diamagnetismus (Kapitel 32).

Für eine zeitabhängige Kontur $C(t)$ (mit der Fläche $a(t)$) bezeichnen wir die Geschwindigkeit des Linienelements $d\boldsymbol{r}$ mit $\boldsymbol{v}$ (Abbildung 16.2); das Linenelement trage die Ladung q. Für die bewegte Ladung q ist die Coulombkraft $q\,\boldsymbol{E}$ durch die Lorentzkraft $\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}} = q\,(\boldsymbol{E} + (\boldsymbol{v}/c) \times \boldsymbol{B})$ zu ersetzen. Damit wird die Energieänderung $q\,dU = q\,\boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{r}$ zu $q\,dU = q\,(\boldsymbol{E} + (\boldsymbol{v}/c) \times \boldsymbol{B}) \cdot d\boldsymbol{r}$, und (16.9) wird zu

$$U = \oint_{C(t)} d\boldsymbol{r} \cdot \left(\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{v}}{c} \times \boldsymbol{B} \right) \tag{16.10}$$

Dies ist die Induktionsspannung in einer Drahtschleife mit der zeitabhängigen Kontur $C(t)$. Eine spezielle Zeitabhängigkeit ergibt sich durch die Bewegung einer starren Drahtschleife.

Die Induktionsspannung U kann mit der Änderung des magnetischen Flusses $\Phi_{\mathrm{m}} = \int_{a(t)} \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{B}$ durch die Kontur verknüpft werden:

$$\frac{d\Phi_{\mathrm{m}}}{dt} = \int \frac{d\boldsymbol{a}}{dt} \cdot \boldsymbol{B} + \int d\boldsymbol{a} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} \overset{(16.8)}{=} -c \oint d\boldsymbol{r} \cdot \left(\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{v}}{c} \times \boldsymbol{B} \right) \tag{16.11}$$

Für die Umformung des ersten Integrals haben wir $d\boldsymbol{a}/dt = (\boldsymbol{v} \times d\boldsymbol{r})$ verwendet, was aus Abbildung 16.2 abgelesen werden kann. Für das zweite Integral wurde (16.8) eingesetzt.

Aus (16.10) und (16.11) lesen wir nun den Zusammenhang zwischen der Induktionsspannung und der Änderung des magnetischen Flusses ab:

$$\boxed{U = -\frac{1}{c}\,\frac{d\Phi_{\mathrm{m}}}{dt} = -\frac{1}{c}\,\frac{d}{dt} \int_{a(t)} d\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)} \tag{16.12}$$

Dies ist die Hauptform des *Faradayschen Induktionsgesetzes* (auch Faradaysches Gesetz genannt). Das Faradaysche Induktionsgesetz besagt: Die induzierte Spannung wird durch die Änderung des magnetischen Flusses $\Phi_{\mathrm{m}} = \int d\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{B}$ durch die Schleife bestimmt.

Für (16.12) wurde eine zeitabhängige Fläche $a(t)$ zugelassen. Für eine zeitunabhängige Fläche reduziert sich (16.12) auf (16.8). Auch die speziellere Aussage (16.8) wird als Faradaysches Induktionsgesetz bezeichnet.

Eine Anwendung der Induktion ist die Wirbelstrombremse. Eine leitende, rotierende Metallscheibe wird an einer Stelle einem konstanten Magnetfeld ausgesetzt, das senkrecht zur Scheibe steht. Wegen der Drehung der Scheibe kommt es an dieser Stelle zu Induktionsströmen (Wirbelströmen). Die endliche Leitfähigkeit des Metalls bedingt, dass dabei Energie in Wärme umgewandelt wird (31.24). Diese Energie geht der Rotationsenergie der Scheibe verloren.

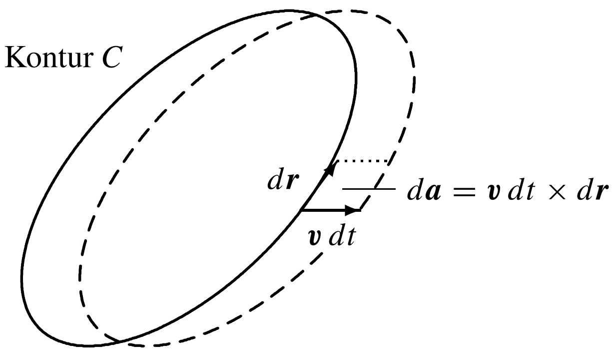

Abbildung 16.2 Das Faradaysche Induktionsgesetz (16.12) lässt eine Zeitabhängigkeit der Kontur $C(t)$ zu. Wenn sich ein herausgegriffenes Linienelement $d\boldsymbol{r}$ mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ bewegt, liefert es den Beitrag $d\boldsymbol{a} = \boldsymbol{v}\,dt \times d\boldsymbol{r}$ zur Änderung der Fläche. — Man kann für jedes einzelne Linienelement $d\boldsymbol{r}$ eine lokale Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ verwenden. Daraus ergeben sich dann beliebige stetige Verformungen oder Bewegungen der Kontur (im Gegensatz zur Skizze).