

Maschinenlaboratorium: Versuch V7

Auftriebs- und Widerstandsmessung an einem Tragflügelprofil

Bearbeiter

Gruppe:

Name :

Vorname :

Matr.-Nr. :

Tag des Versuchs :

Teilnahme am Versuch :

Korrekturhinweis :

Endtestat :

Inhaltsverzeichnis

1	Druckmesstechnik.....	4
1.1	Druckmessung	4
1.1.1	Das Pitotrohr	4
1.1.2	Sonden zur Messung des statischen Drucks	4
1.1.3	Das Prandtlrohr	7
1.1.4	Messfehler von Pitot- und Prandtl-Sonden.....	8
1.2	Manometer	10
1.2.1	Das Schrägrohrmanometer	11
1.2.2	Das Betz-Manometer	12
1.2.3	Die Kapillarwirkung	12
1.3	Quecksilberbarometer	13
1.3.1	Gefäßbarometer	13
1.4	Druckmessgeräte.....	16
2	Physikalische Erklärung des aerodynamischen Auftriebs	18
2.1	Die eindimensionale Euler-Gleichung und die Druckverteilung an gekrümmten Umlenkflächen.....	18
2.1.1	Die Euler-Gleichung.....	18
2.1.2	Bahnbeschleunigung.....	18
2.1.3	Normalbeschleunigung.....	19
2.1.4	Coanda-Effekt.....	20
2.1.5	Erzeugung von Über- und Unterdruck.....	21
2.1.6	Krümmungsanalyse von Stromlinienbildern	22
3	Bezeichnungen und dimensionslose Beiwerte.....	24
3.1	Bezeichnungen.....	24
3.2	Profilformen.....	24
3.2.1	Die asymmetrische Profilform.....	25
3.2.2	Die symmetrische Profilform.....	25
3.3	Kräfte und Druckverteilung an dem unendlich breiten Tragflügel.....	25

3.4	Das Polardiagramm.....	28
3.4.1	Das Polardiagramm nach Lilienthal	29
3.4.2	Das aufgelöste Polardiagramm	30
3.4.3	Der induzierte Widerstand	31
3.5	Einfluss der Endplatten auf ein NACA 0015-Profil	31
3.6	Laminare und turbulente Grenzschichten an gekrümmten Wänden.....	32
4	Versuchsdurchführung.....	37
4.1	Versuchsaufbau und Messwertaufnahme	37
4.1.1	Messung der Anströmgeschwindigkeit und Bestimmung der Luftdichte	39
4.1.2	Bestimmung der Auftriebskraft	40
4.1.3	Bestimmung der Widerstandskraft	43
5	Fragen vor dem Versuchsbeginn	46
6	Versuchsbericht	47
7	Literaturverzeichnis	48

1 Druckmesstechnik

Inhalt dieses Kapitels sind die messtechnische Erfassung des Druckes mittels Druckmessbohrungen und Sonden, die Beschreibung der Arbeitsprinzipien von Manometern und Barometern, Druckmessgeräte, die nach dem elektrischen Messverfahren arbeiten, und die Beschreibung der Fehlereinflüsse auf die Messwerterfassung. Abschnitt 1.1 „Druckmesstechnik“ und 1.2 „Manometer“ entsprechen inhaltlich [8] und [10].

1.1 Druckmessung

1.1.1 Das Pitotrohr

Pitot erkannte 1732, dass sich der Gesamtdruck einer Strömung im Staupunkt eines in die Strömung eingebrachten Staukörpers einstellt und dort mittels einer kleinen Bohrung gemessen werden kann, durch die sich eine Druckänderung bis zu einem Manometer fortpflanzt. Seitdem wird diese Form der Gesamtdrucksonde als Pitotrohr bezeichnet, siehe Bild 1.1.

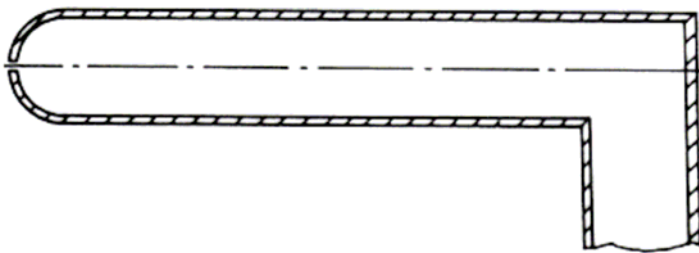


Bild 1.1: Pitotrohr

$$P_{dynPitot} = 0 \quad (1.1)$$

$$P_{gesPitot} = P_{stat} \quad (1.2)$$

1.1.2 Sonden zur Messung des statischen Drucks

Der statische Druck der ungestörten Strömung kann prinzipiell mittels einer Bohrung in einer strömungsparallel verlaufenden Wand erfasst werden. Statische Druckbohrungen werden daher direkt am Strömungskörper bzw. am Modell angebracht. Für den Fall gerader Stromlinien ist es möglich, den exakten statischen Druck im Feld mithilfe einer Wanddruckbohrung zu bestimmen, siehe [5] S. 50 „Kräftegleichgewicht senkrecht zum

Stromfaden“. Dabei stört die Grenzschicht an der Wand, in der die Geschwindigkeit vom Wert der ungestörten Außenströmung auf den Wert null an der Wand absinkt, nicht (Bild 1.2). Um Verfälschungen des gemessenen Wanddrucks zu vermeiden, müssen die Bohrungen so ausgeführt sein, dass sie tangential überströmt werden und bei scharfkantiger Ausbildung keinerlei Grate oder Fasen aufweisen.

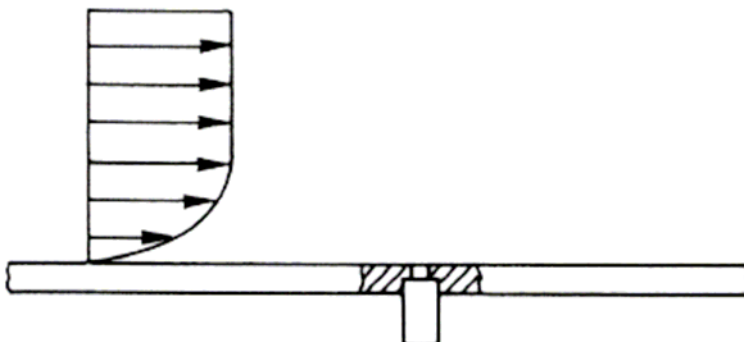


Bild 1.2: Statische Druckbohrung (Wandanbohrung)

Man kann den statischen Druck auch direkt im Strömungsfeld (und auch für den Fall gekrümmter Stromlinien) mit einer sogenannten statischen Drucksonde messen, siehe Bild 1.3. Die statische Drucksonde ist wie das Pitotrohr ein Staurohr. Die Druckbohrungen befinden sich jedoch nicht im Staupunkt, sondern in einiger Entfernung vom Sondenkopf im strömungsparallelen Teil der Sonde.

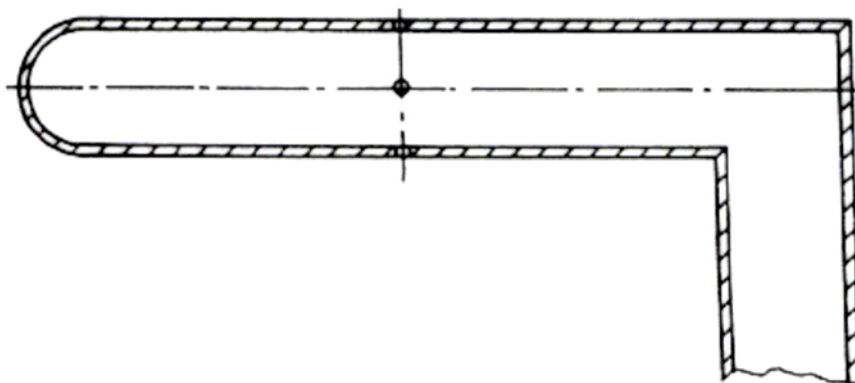


Bild 1.3: Statische Drucksonde

Die statische Drucksonde dient zur Messung des statischen Druckes im ungestörten Feld, die Sonde an sich stellt jedoch bereits eine erhebliche Störung dar. Die Verdrängungswirkung der Sonde bewirkt nämlich gemäß der Kontinuitätsgleichung eine Veränderung des Geschwindigkeitsfeldes und somit nach Bernoulli eine Veränderung des Druckfeldes. Mittels einer bestimmten Geometrie der statischen Drucksonde kann die Beeinflussung des statischen Druckes an der Messstelle jedoch vermieden werden. Zur Verdeutlichung des Messfehlers, der sich aus der Verdrängungswirkung der Sonde ergibt, kann das Stromlinienbild eines umströmten Staurohres herangezogen werden, siehe Bild 1.4.

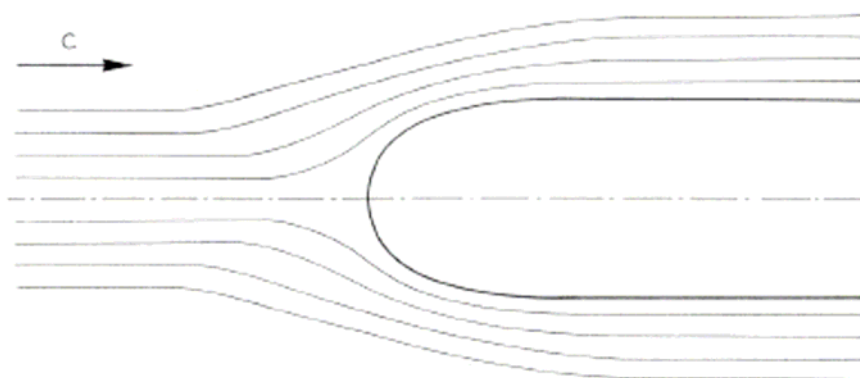


Bild 1.4: Verdrängungswirkung einer Sonde

Mithilfe des Stromlinienbildes und der Kontinuitätsgleichung kann man den Geschwindigkeitsverlauf in unmittelbarer Umgebung des Staurohres herleiten. Die Anströmgeschwindigkeit c_∞ wird sich zunächst verringern, bis sie am Staupunkt den Wert Null erreicht; danach wird die Strömung auf einen Wert $> c_\infty$ beschleunigt. Nachdem die Geschwindigkeit einen Maximalwert erreicht hat, sinkt sie wieder asymptotisch gegen c_∞ .

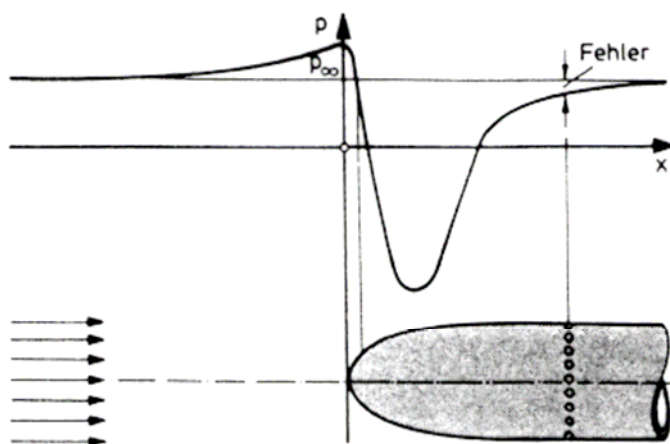


Bild 1.5: Fehler durch die Verdrängungswirkung der Sonde

Mithilfe der Bernoullischen Gleichung lässt sich nun sofort auf die Druckverteilung über der Sonde schließen. Im Staupunkt wird für $c = 0$ das Druckmaximum, das dem Gesamtdruck entspricht, erreicht. Das Geschwindigkeitsmaximum an der Krümmung des Sondenkopfes bedeutet ein Druckminimum. Es ergibt sich also der in Bild 1.5 dargestellte Verlauf des statischen Druckes.

Man erkennt leicht, dass für den Fall eines unendlich langen Staurohres genau der statische Druck der ungestörten Strömung gemessen werden könnte. Dem stehen vor allem Praktikabilitätsprobleme entgegen. Man bedient sich daher folgenden Umstands: Ein Staurohr hat einen Sondenschaft, der genau wie der Sondenkopf einen Aufstau bewirkt (Bild 1.6). Werden nun die Abstände zwischen Sondenkopf, Bohrungen und Schaft geschickt gewählt, kompensieren sich der negative Fehler der

Verdrängungswirkung der Sonde und der positive Fehler des Aufstaus am Sondenschaft. Jede statische Drucksonde wird in dieser Weise vom Hersteller kalibriert.

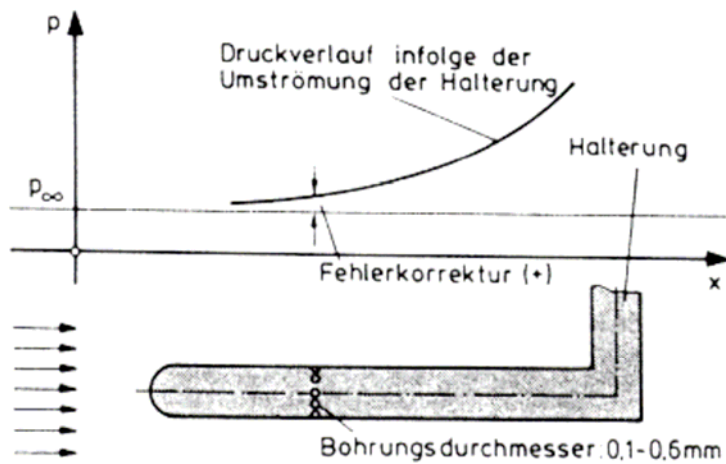


Bild 1.6: Aufstau am Sondenschaft

1.1.3 Das Prandtlrohr

Der dynamische Druck ergibt sich als Differenz aus Gesamtdruck und statischem Druck. Es liegt nun nahe, das Pitotrohr mit der statischen Drucksonde zu kombinieren. Eine solche kombinierte Sonde zur Bestimmung des dynamischen Druckes als Differenz aus Gesamt- und statischem Druck wird als Prandtlisches Staurohr bezeichnet.

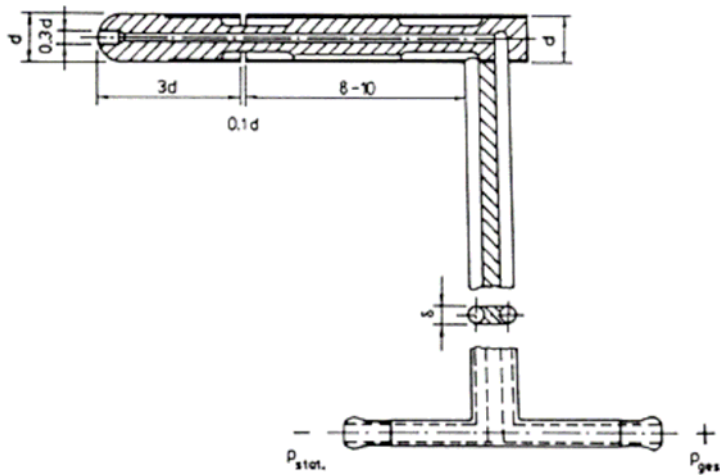


Bild 1.7: Prandtlrohr

Aus der Bernoullischen Gleichung folgt eine einfache Beziehung für die Strömungsgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot p_{dyn}}{\rho}} \quad (1.3)$$

1.1.4 Messfehler von Pitot- und Prandtl-Sonden

Der Zähigkeitseinfluss: Die Bernoulli-Gleichung, die aus den Euler-Gleichungen hergeleitet wird, und die Ausgangspunkt für Pitot- und Prandtlrohr-Messungen ist, gilt nur solange, wie die Zähigkeit des Fluids zu vernachlässigen ist. Experimentell wurde gefunden, dass, wenn die auf den äußeren Sondendurchmesser D bezogene Reynolds-Zahl (Gleichung (1.4)) bei dem Pitotrohr >100 und bei dem Prandtlrohr > 400 bleibt, die Zähigkeit noch keine Rolle spielt.

$$Re = \frac{U \cdot D}{\nu} \quad (1.4)$$

Für kleinere Re-Zahlen ergibt sich dann ein zu großer Gesamtdruck. Dieser Effekt, der nach Barker (1922) benannt wurde, tritt bei praktischen Messungen schnell auf, wie das folgende Beispiel verdeutlicht: Soll in Luft eine Strömungsgeschwindigkeit von 0,7 m/s gemessen werden, so ist hierfür ein Prandtlrohr mit einem Durchmesser von 10 mm erforderlich, damit $Re > 400$ bleibt. Abhilfe kann durch die Verwendung von flachgedrückten Rohren, sogenannten Fischmaulsonden, geschaffen werden, die den Barker-Effekt weiter zu kleinen Reynolds-Zahlen verschieben.

Der Winkeleinfluss: Prandtlrohre können guten Gewissens als kaum winkelempfindlich bezeichnet werden. Wird das Prandtlrohr um $\pm 5^\circ$ gegen die Strömungsrichtung gedreht, liegt der Messfehler im Druck bei ca. 1%. Das Augenmaß reicht bei bekannter Strömungsrichtung zur Justierung völlig aus. Pitotrohre sind noch weniger anfällig für Ausrichtungsfehler, generell hängt diese Eigenschaft aber sehr stark von der verwendeten Bauform ab. Für alle gängigen Bauformen liegt der Druckmessfehler unter 1% bei einer Schrägstellung des Pitotrohres von $\pm 10^\circ$ zur Strömungsrichtung. Besonders richtungsunempfindlich ist beispielsweise ein extrem dünnwandiges Rohr ($\pm 23^\circ$) oder bei dickwandigerem Rohr eine elliptische Vorderkante ($\pm 21^\circ$). Mit zunehmender Mach-Zahl nimmt die Richtungsunempfindlichkeit der Sonde etwas ab.

Der Turbulenzeinfluss: In einer turbulenten Strömung bewirkt der Turbulenzgrad eine mittels Prandtlrohr systematisch zu groß bestimmte Geschwindigkeit. Die Ursache liegt jedoch nicht in der Sonde selbst, sondern in der Trägheit des angeschlossenen Druckmessgeräts, welches in der Regel nur einen zeitlichen Mittelwert liefert. Dennoch hat Turbulenz in der Anströmgeschwindigkeit einen Einfluss auf den gemessenen Druck (siehe Bild 1.8). Nach Reynolds ist es zweckmäßig, Druck und Geschwindigkeit in einen Mittelwert und eine Schwankungsgröße zu zerlegen.

$$\begin{aligned} p_{dyn} &= \bar{p}_{dyn} + p'_{dyn} \\ c &= \bar{c} + c' \end{aligned} \quad (1.5)$$

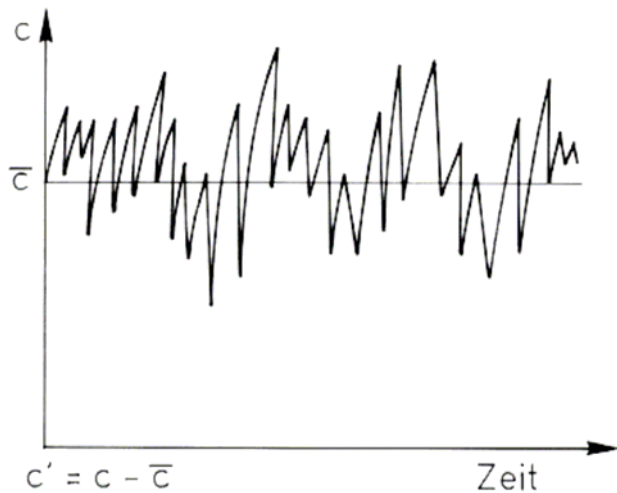


Bild 1.8: Turbulentes Signal

Daraus folgt für die Geschwindigkeit am Prandtlrohr:

$$(\bar{c} + c')^2 = \frac{2 \cdot (\bar{p}_{dyn} + p'_{dyn})}{\rho} \quad (1.6)$$

$$\bar{c}^2 + 2 \cdot \bar{c} \cdot c' + c'^2 = \frac{2 \cdot (\bar{p}_{dyn} + p'_{dyn})}{\rho}$$

Da das Prandtlrohr nur den Mittelwert des Druckes messen kann, wird nun die gesamte Gleichung gemittelt:

$$\overline{\bar{c}^2 + 2 \cdot \bar{c} \cdot c' + c'^2} = \frac{2 \cdot (\bar{p}_{dyn} + p'_{dyn})}{\rho} \quad (1.7)$$

Der Mittelwert der Schwankungsgröße ist null. Wird aber die Schwankungsgröße vor dem Mitteln quadriert, bleibt diese Größe als Zusatzterm stehen ($\overline{c'^2} \neq 0$).

$$\bar{c}^2 + \overline{c'^2} = \frac{2 \cdot \bar{p}_{dyn}}{\rho} \quad (1.8)$$

Die mit dem Prandtlrohr gemessene mittlere Geschwindigkeit ist also immer höher als die tatsächliche mittlere Geschwindigkeit einer turbulenten Strömung, da der gemessene dynamische Druck einen Anteil enthält, der durch die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen verursacht wird. Bei einem Turbulenzgrad $\frac{\sqrt{\overline{c'^2}}}{\bar{c}} = 0,4$ ergibt sich ein Messfehler von 1% bezüglich der errechneten Geschwindigkeit.

Der Kompressibilitätseinfluss: Alle Herleitungen gelten für Machzahlen $\leq 0,3$. Oberhalb von $Ma = 0,3$ hat die Kompressibilität Einfluss auf das Ergebnis, so dass man statt der Bernoulligleichung für inkompressible Strömungen die Bernoullische Gleichung der Gasdynamik ansetzen muss. Außerdem verstärken höhere Machzahlen den Richtungsfehler von Pitot- und Prandtl-Sonden.

Der Gradienteneffekt: In einer Scherströmung wird ein etwas zu hoher Gesamtdruck gemessen. Der Fehler liegt in der räumlichen Mittelung der nichtlinearen Bernoullischen Gleichung. Nach MacMillan (1956) kann der Fehler dadurch kompensiert werden, dass der Messort nicht in der Sondenmitte, sondern um $0,15 D$ zur hohen Geschwindigkeit verschoben angenommen wird. In Wandnähe, wo Geschwindigkeitsgradienten besonders stark sind, kommt es jedoch zu einer Umkehr dieses Verhaltens, da sich die Umströmung der Sonde in Wandnähe grundlegend ändert.

1.2 Manometer

Zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit muss die Druckdifferenz $p_{dyn} = p_{ges} - p_{stat}$ messtechnisch erfasst werden. Dazu werden in der Messtechnik Weiterentwicklungen des U-Rohr-Manometers verwendet. Diese Differenzdruck-Messgeräte haben gegenüber anderen Druckaufnehmern den großen Vorteil der Kalibrationsfreiheit. Der Zusammenhang zwischen angelegter Druckdifferenz und sich einstellender Höhendifferenz kann mit den Gesetzen der Hydrostatik hergeleitet werden.

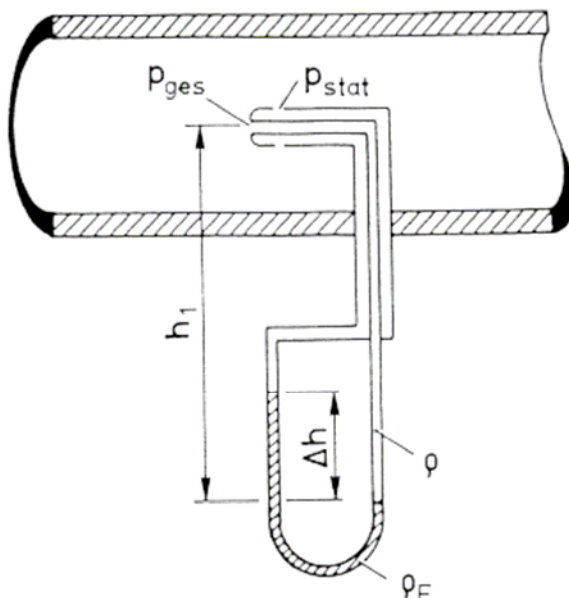


Bild 1.9: Prinzip des U-Rohr-Manometers

$$p_{ges} + \rho \cdot g \cdot \Delta h = p_{stat} + \rho_F \cdot g \cdot \Delta h$$

$$p_{dyn} = p_{ges} - p_{stat} = \rho_F \cdot g \cdot \Delta h \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_F}\right) \quad (1.9)$$

Der Quotient aus der Dichte des Mediums und der Dichte der Sperrflüssigkeit wird für die Kombination Luft/Wasser klein (ca. 1/1000) und kann vernachlässigt werden. Aufgrund geringerer Kapillarkräfte und weniger stark von Verunreinigungen abhängiger Grenzflächenspannung wird häufig auch Alkohol anstelle von Wasser verwendet. Ist das Strömungsmedium Wasser und die Sperrflüssigkeit Quecksilber, so muss der Term ρ/ρ_F berücksichtigt werden.

1.2.1 Das Schrägrohrmanometer

Das Schrägrohrmanometer weist gegenüber dem gewöhnlichen U-Rohr-Manometer zwei Besonderheiten auf (Bild 1.10).

1. Die Querschnitte der beiden Schenkel sind verschieden groß (typisches Verhältnis 1:1000). Dadurch kann die Sperrflüssigkeitsabsenkung im Schenkel mit dem größeren Querschnitt vernachlässigt werden, und die Höhendifferenz kann allein am Schenkel mit dem kleineren Querschnitt abgelesen werden.
2. Durch Neigen der Kapillare kann die Empfindlichkeit des Manometers eingestellt werden.

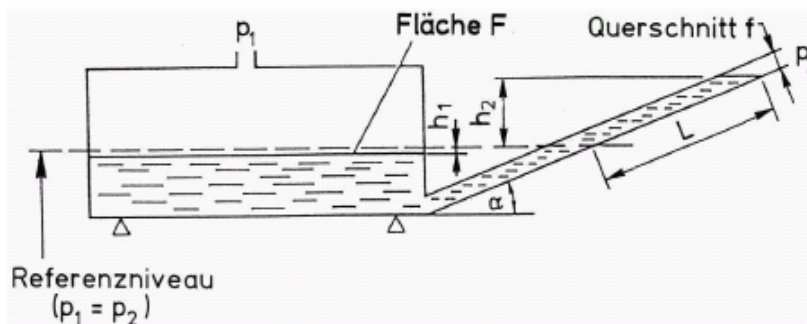


Bild 1.10: Schrägrohrmanometer

$$p_1 = p_2 + \rho_F \cdot g \cdot (h_1 + h_2)$$

$$h_2 = L \cdot \sin \alpha$$

$$V = \text{konst.} \rightarrow h_1 \cdot F = L \cdot f \Leftrightarrow h_1 = L \cdot \frac{f}{F} \quad (1.10)$$

$$\Rightarrow p_1 - p_2 = \rho_F \cdot g \cdot L \left(\frac{f}{F} + \sin \alpha \right)$$

Im Allgemeinen wird der Ausdruck $\rho_F \cdot \left(\frac{f}{F} + \sin \alpha \right)$ als Gerätekonstante auf dem Manometer angegeben. Damit wird

$$p_1 - p_2 = K \cdot g \cdot L \quad (1.11)$$

1.2.2 Das Betz-Manometer

Auch das in Bild 1.11 gezeigte Betz-Manometer ist im Prinzip ein U-Rohr-Manometer mit ungleichen Schenkeldurchmessern. An einem Schwimmer im Steigrohr ist ein Glasmaßstab mit geätzter Skala befestigt. Die Höhenänderung, die sich bei Anlegen einer Druckdifferenz ergibt, kann an der Mattscheibe direkt in mmWS abgelesen werden. Das Betz-Manometer ist aufgrund der großen Luftvolumina, die, um die Sperrflüssigkeit zu verschieben, Druckmessleitungen kleinen Querschnitts zum Aufbau der Druckdifferenz durchströmen müssen, sehr träge, so dass längere Einstellzeiten auftreten.

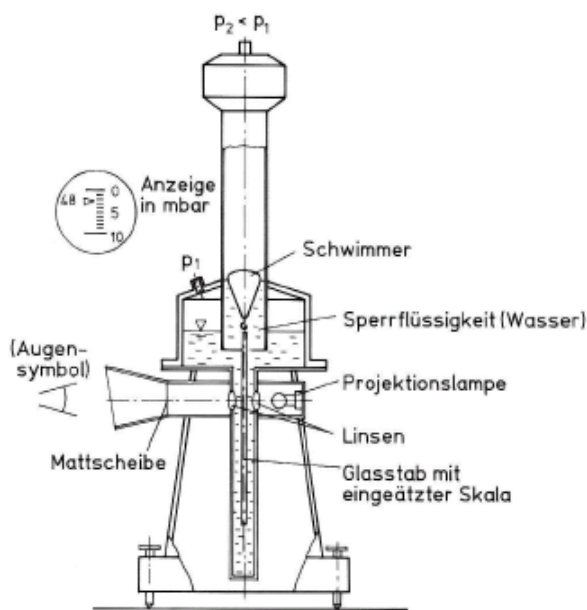


Bild 1.11: Betz-Manometer

1.2.3 Die Kapillarwirkung

Die Ausbildung eines Meniskus in einem dünnen Rohr, wie beispielsweise einem Manometer-Schenkel, wird vom Zusammenspiel der drei Grenzflächenspannungen Fluid (Strömungsmedium) - Sperrflüssigkeit - Glaswand bestimmt. Je nach Benetzungseigenschaft der Sperrflüssigkeit bildet sich ein konvexer Meniskus bei nicht benetzenden Sperrflüssigkeiten (z.B. Quecksilber) oder ein konkaver Meniskus bei benetzenden Sperrflüssigkeiten (z.B. Wasser, Alkohol) aus. Hierdurch wird bei einer benetzenden Sperrflüssigkeit der Flüssigkeitsspiegel im Manometer angehoben und bei

einer nicht benetzenden Flüssigkeit abgesenkt (Bild 1.12). Die aus der Kapillarwirkung resultierende Höhenverfälschung Δh berechnet sich für das Kräftegleichgewicht bestehend aus Oberflächenspannungskraft F_1 und Gewichtskraft F_2 der gehobenen Flüssigkeitssäule zu:

$$F_1 = \sigma_{FS} \cdot \cos \theta \cdot \pi \cdot d = F_2 = \rho \cdot g \cdot \Delta h \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} \quad (1.12)$$

$$\Delta h = \frac{4 \cdot \sigma_{FS} \cdot \cos \theta}{\rho \cdot g \cdot d}$$

Dabei bezeichnen σ_{FS} den Oberflächenspannungskoeffizient zwischen Fluid und Sperrflüssigkeit, θ den Benetzungswinkel, ρ die Dichte der Sperrflüssigkeit, g die Erdbeschleunigung und d den Rohrdurchmesser.

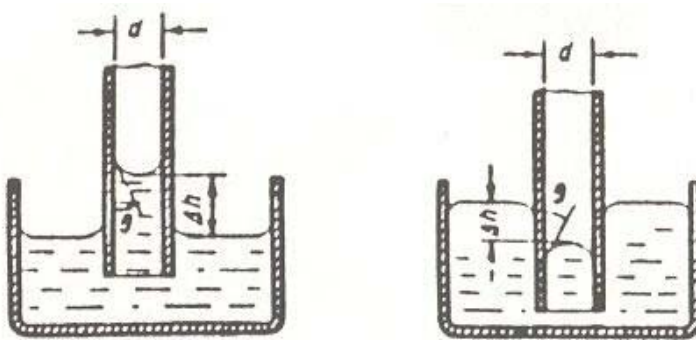


Bild 1.12: Meniskenausbildung in einem Manometer (links: benetzende Sperrflüssigkeit, rechts: nicht-benetzende Sperrflüssigkeit)

Um den Meniskeneinfluss zu verringern und daraus resultierende Messfehler klein zu halten, sollten Rohre mit möglichst großem Durchmesser verwendet werden.

1.3 Quecksilberbarometer

Der Atmosphärendruck wird üblicherweise durch Quecksilber-Barometer gemessen. Dabei steht der Atmosphärendruck im Gleichgewicht mit dem hydrostatischen Druck $\rho_{Hg} \cdot g \cdot h$ und dem Dampfdruck des Quecksilbers bei der herrschenden Umgebungstemperatur.

1.3.1 Gefäßbarometer

Bei den Quecksilberbarometern kann man verschiedene Bauarten unterscheiden. Die einfachste Form, beruhend auf dem Torricellischen Barometer, wird Gefäßbarometer genannt. Im vorliegenden Versuch wird ein Gefäßbarometer der Fa. Lambrecht verwendet. Die nachfolgenden Ausführungen dieses Abschnitts sind [11] entnommen.

Das Gefäßbarometer besteht aus einem langen, mit Quecksilber gefüllten Glasrohr, das oben geschlossen und evakuiert ist. In der Regel ist es unten gebogen und endet in

einem breiten, offenen Gefäß. Somit entspricht die Längenmessung der Quecksilbersäule der Differenz zwischen dem Luftdruck über dem Beobachtungsort gegenüber dem Vakuum. Das Gefäßbarometer ist mit einer justierbaren Ablese skala ausgestattet, an der der Höhenunterschied zwischen der Quecksilberoberfläche im Gefäß und der Quecksilberoberfläche in der Röhre abgelesen wird. Da die Quecksilbersäule des Gefäßbarometers, im Gegensatz zu dem auf Meereshöhe bezogenen Luftdruck, immer den unmittelbar am Ort vorhandenen absoluten Luftdruck anzeigt, ist dieser von der Ortshöhe abhängig. Auf Meereshöhe beträgt der mittlere Luftdruck 1013hPa (0°C), während er in 300m ü. N.N. nur noch bei 977,8hPa (0°C) liegt.

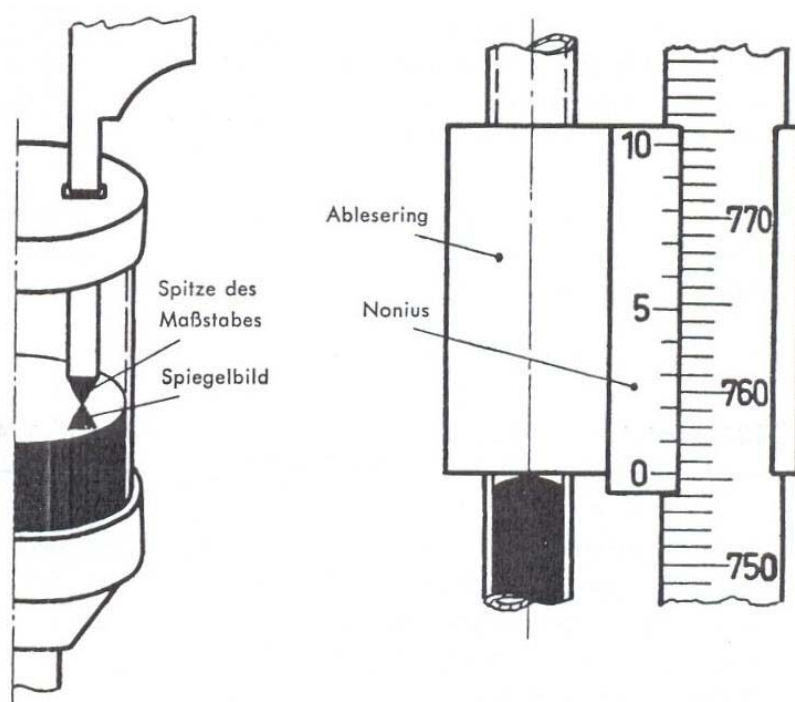


Bild 1.13: Gefäßbarometer (Anzeige in mmHg)

Vor jeder Messung, muss der Nullpunkt des Maßstabes derart auf das Niveau im unteren Gefäß eingestellt werden, dass die Spitze mit ihrem Spiegelbild ein x bildet (Bild 1.13). Hebt oder senkt sich die Quecksilberoberfläche, je nachdem, ob Quecksilber bei sinkendem Luftdruck aus der Röhre zurückfließt oder bei steigendem Luftdruck in die Röhre eindringt, ist die Nullpunkteinstellung des Maßstabes verstellt und muss erneut vorgenommen werden.

Die Länge der Quecksilbersäule lässt sich dann mit Hilfe von Nonius und Maßstab bestimmen. Zur Ablesung muss der am Nonius befestigte Ablesering so eingestellt werden, dass sein unterer Rand mit der Kuppe der Quecksilbersäule abschließt. Das Auge muss sich dabei in gleicher Höhe mit dem Metallring und der Quecksilberkuppe befinden. Die richtige Einstellung ist dann erreicht, wenn die vordere und hintere Kante des Metallrings zusammenfallen und diese die Quecksilberkuppe tangential zu berühren scheinen.

Es ist jedoch noch eine zweite Einstellung erforderlich, um die Höhe der Quecksilberkuppe zu bestimmen. Hierbei muss die untere Kante des Ableserings mit der Linie zur Deckung gebracht werden, in der sich Quecksilber und Glasröhre gerade berühren. Die Differenz der beiden Ablesungen ergibt die Kuppenhöhe.

1.3.1.1 Korrektur des rohen Barometerstandes b_t

Die gemessene Länge b_t der Quecksilbersäule ist außer vom Luftdruck noch von anderen Einflussfaktoren abhängig:

- Sie wird von der Dichte des Quecksilbers und damit von dessen Temperatur, die sich in dem Korrekturfaktor K_t ausdrückt, beeinflusst. Die Länge des Maßstabes ist ebenfalls temperaturabhängig. Aus diesem Grund werden Barometerstände einheitlich auf eine Bezugstemperatur von 0°C umgerechnet, d.h. man bestimmt die Länge, die die Quecksilbersäule bei einer Temperatur von 0°C haben würde.
- Die Länge der Quecksilbersäule ist ferner abhängig von der Schwerebeschleunigung, die sich mit der geographischen Breite ($K_{g\varphi}$) und der Höhe über dem Meeresspiegel ändert (K_{gH}). Der Barometerstand wird deshalb auf die Normalschwere umgerechnet, die $9,80665 \text{ m/s}^2$ beträgt und in Meereshöhe unter $45^\circ 33'$ erreicht wird.
- Da Glas normalerweise von Quecksilber nicht benetzt wird, bildet sich im Barometer ein konvexer Meniskus aus, wodurch der Quecksilberstand erniedrigt wird. Die Korrektionswerte (K_K) sind abhängig vom lichten Durchmesser des Rohres und von der Kuppenhöhe. Sie werden empirisch durch Vergleich mit einem depressionsfreien Barometer ermittelt.

Folglich muss der rohe Barometerstand b_t um die Korrekturen aus Gleichung (1.13) erweitert werden:

$$b = b_t + K_t + K_{g\varphi} + K_{gH} + K_K \quad (1.13)$$

b_t = der bei der Temperatur t in $^\circ\text{C}$ abgelesene Barometerstand (Oberseite der Kuppe)

K_t = Temperatur-Korrektur

$K_{g\varphi}$ = Schwere-Korrektur wegen der geographischen Breite φ [$^\circ$] (Siegen: $50^\circ 52' \text{ N}$)

K_{gH} = Schwere-Korrektur wegen der Höhe $H = 300\text{m}$ ü. N.N. von Siegen

Damit ergibt sich laut geologischem Landesamt eine lokale Erdbeschleunigung von $g = 9,810954 \text{ m/s}^2$.

K_K = Korrektur der Kapillardepression

Alle Korrektionswerte können vor Ort entsprechenden Tabellen entnommen werden.

1.4 Druckmessgeräte

Druckmessgeräte, die nach dem elektrischen Messverfahren arbeiten, nehmen die Änderung einer dem pneumatischen Druck oder eine Druckdifferenz proportionalen elektrisch messbaren Größe auf. Als Maß für die gesuchte Druckinformation wird die mechanische Verformung einer Membrane bzw. das elektrische Signal eines drucksensitiven Membranelements verwendet. Die Funktionsweisen der verschiedenen Druckwandler, die in diesem Abschnitt erläutert werden, sind in [12] beschrieben.

Man unterscheidet prinzipiell zwischen Widerstandsdruckmessgeräten, piezoelektrischen Druckaufnehmern, und induktiven bzw. kapazitiven Druckaufnehmern.

Bei Widerstandsdruckmessgeräten wird entweder ein Material mit einem hohen Druckkoeffizienten verwendet (z.B. Kupfer) oder die Verformung eines Federelements mit einem Dehnungsmessstreifen (DMS) aufgenommen (z.B. Kraftmessdosen). Bild 1.14 zeigt einen DMS-Druckaufnehmer, bei dem die Durchbiegung der Membrane über einen Stempel auf einen kleinen Biegebalken übertragen wird, dessen druckinduzierte Durchbiegung über einen Dehnmessstreifen erfasst wird.

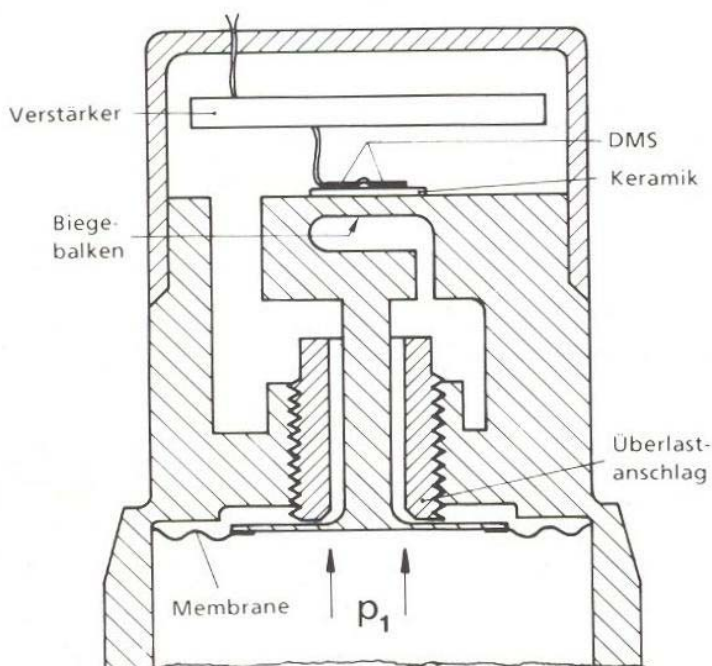


Bild 1.14: DMS-Druckaufnehmer [12]

Mit Hilfe des DMS können Drücke von 10^{-6} bis 3500 bar bei einem Gesamtfehler zwischen 0,1 und 0,6% gemessen werden.

Die piezoelektrischen Druckaufnehmer (Piezoquarze) werden weiter in piezoresistive und piezokapazitive Messelemente unterteilt. Bei piezoresistiven Druckaufnehmern wird die über eine Brückenschaltung gemessene Widerstandsänderung des Messfühlers als Maß für den Druck verwendet. Bei piezokapazitiven Druckaufnehmern wird

dagegen mit Hilfe eines Ladungsverstärkers die druckabhängige Änderung der elektrischen Oberflächenladung erfasst.

Bei induktiven Druckaufnehmern wird die Durchbiegung einer Messmembrane infolge Druckbeaufschlagung und damit die Druckdifferenz über eine elektromagnetische Spule registriert.

Bild 1.15 zeigt die Prinzipskizze eines kapazitiven Druckaufnehmers. Der kapazitive Druckwandler besteht aus einer flexiblen Membran, die durch Druckänderung ausgelenkt wird. Da die Membran zusammen mit einer Elektrode einen Kondensator bildet, ändert sich durch die Auslenkung dessen Kapazität, die über einen Schwingkreis bestimmt werden kann. Eine Verstärkerschaltung kann dann dieses Signal in ein geeignetes Ausgangssignal, meist eine Spannung, umformen, die an einem Digitalmultimeter zur Anzeige gebracht wird. Die Spannung muss vor Messbeginn gegen den Druck kalibriert werden.

Im vorliegenden Versuch wird ein kapazitives Druckmessgerät (Baratron) des Herstellers MKS verwendet. Der Messbereich induktiver und kapazitiver Druckaufnehmer reicht von 10^{-3} bis 150 bar mit einem Fehler kleiner 0,2%.

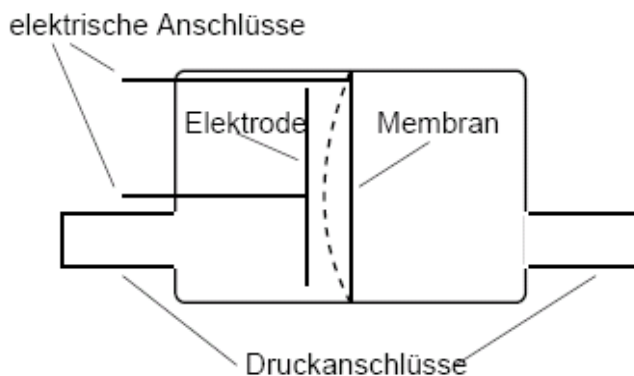


Bild 1.15: Kapazitiver Druckaufnehmer

2 Physikalische Erklärung des aerodynamischen Auftriebs

Die nachfolgende Herleitung zur Entstehung des aerodynamischen Auftriebs wurde von Weltner [1] übernommen und basiert auf der physikalischen Bedeutung der Eulerschen Gleichungen, die den Zusammenhang zwischen gekrümmten Stromlinien und den Druckgradienten senkrecht dazu und der damit verbundenen Entstehung von Unterdruckbereichen wiedergeben. Die darauf aufbauende Krümmungsanalyse von Stromlinien in der Umgebung von Hindernissen ermöglicht die Ermittlung von Druckverteilungen an Profilen.

2.1 Die eindimensionale Euler-Gleichung und die Druckverteilung an gekrümmten Umlenkflächen

2.1.1 Die Euler-Gleichung

Die Eulerschen Gleichungen beschreiben die Zusammenhänge zwischen Druckgradienten und Beschleunigungen in Fluiden ohne Reibung. Ihre Grundlage ist das Newtonsche Bewegungsgesetz. Die einfachste Form ist die eindimensionale Eulersche Gleichung für eine Stromröhre bei stationärer Strömung und ohne Gravitation. Für ein kubisches Luftvolumen gilt dann:

$$F = \Delta m \cdot \vec{a} \quad (2.1)$$

Wir betrachten nacheinander die Bahnbeschleunigung *in* und die Normalbeschleunigung *senkrecht* zur Bewegungsrichtung.

2.1.2 Bahnbeschleunigung

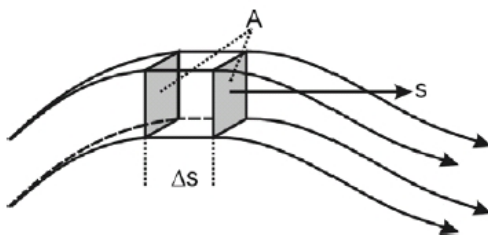


Bild 2.1: Bahnbeschleunigung eines Luftvolumens mit den Seitenflächen A

Eine Tangentialbeschleunigung *in* s -Richtung tritt auf, wenn der Druck auf die hintere Fläche A des Volumenelementes größer ist als auf die vordere Fläche, siehe Bild 2.1. Daher auch das negative Vorzeichen in der Grundgleichung:

$$\Delta m \cdot \ddot{s} = -A \frac{\partial p}{\partial s} \Delta s \quad (2.2)$$

Das Massenelement ist :

$$\Delta m = \rho \cdot A \cdot \Delta s \quad (2.3)$$

Damit ergibt sich:

$$\rho \frac{dv}{dt} = - \frac{dp}{ds} \quad (2.4)$$

Gleichung (2.4) lässt sich umformen und für zwei Positionen 1 und 2 längs des Stromfadens integrieren und ergibt das Bernoullische Gesetz:

$$\int_1^2 \rho \cdot dv \frac{ds}{dt} = - \int_1^2 dp \quad \text{oder umgeformt} \quad \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2 \quad (2.5)$$

Das Bernoullische Gesetz beschreibt einen einfachen Zusammenhang zwischen Druck und Strömungsgeschwindigkeit. Es wird oft mit Hilfe des Energiesatzes für eine Stromröhre mit variablem Querschnitt abgeleitet. Das ist zwar einfacher, aber dabei wird eines nicht deutlich: die Ursache für die Beschleunigung ist *ein Druckabfall in Strömungsrichtung*.

Eine höhere Strömungsgeschwindigkeit kann also nicht die *Ursache* für niedrigeren Druck sein. Sie ist immer dessen *Folge*. Das Bernoullische Gesetz ermöglicht es, Geschwindigkeitsmessungen auf Druckmessungen zurückzuführen.

2.1.3 Normalbeschleunigung

Eine *Normalbeschleunigung* in z-Richtung tritt immer dann auf, wenn die Stromröhren und damit die Stromlinien gekrümmt sind, Bild 2.2.

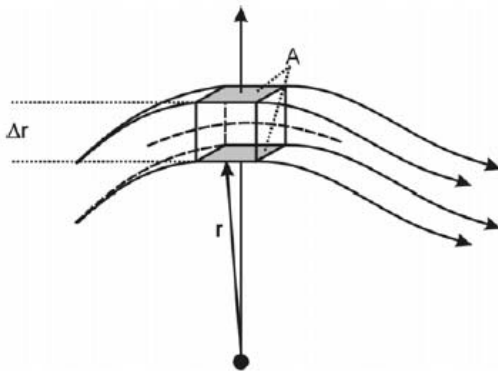


Bild 2.2: Normalbeschleunigung eines Luftvolumens bei gekrümmten Stromröhren

Für eine Beschleunigung in Richtung auf den Krümmungsmittelpunkt muss dann der Druck auf die obere Fläche A größer sein als auf die untere Fläche, daher das negative Vorzeichen in der Grundgleichung:

$$\Delta m \cdot \ddot{z} = -A \frac{\partial p}{\partial z} \Delta z \quad (2.6)$$

Das Massenelement ist:

$$\Delta m = \rho \cdot A \cdot \Delta z \quad (2.7)$$

Setzt man (2.7) in (2.6) ein, ergibt sich:

$$\rho \cdot \ddot{z} = - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.8)$$

Jedes Element einer gekrümmten Stromlinie kann aufgefasst werden als Kreiselement mit einem lokalen Krümmungsradius R . Für eine Kreisbewegung mit der Geschwindigkeit v und dem Radius R ist die Normalbeschleunigung bekannt zu:

$$\ddot{z} = - \frac{v^2}{R} \quad (2.9)$$

Dies setzen wir ein in (2.9) und erhalten einen Ausdruck für den Druckgradienten senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho \frac{v^2}{R} \quad (2.10)$$

Gekrümmte Stromlinien sind also zwangsläufig mit Druckgradienten senkrecht zur Strömungsrichtung verknüpft. Die Druckgradienten wachsen mit v^2 und werden geringer bei größerem lokalen Krümmungsradius R . Die Gleichung kann allerdings nicht direkt integriert werden. Dazu muss das gesamte Strömungsfeld quantitativ bekannt sein.

Dieser Zusammenhang zwischen der Krümmung von Stromröhren und Stromlinien und Druckgradienten ist die physikalische Erklärung der Entstehung von Druck und Unterdruck bei der stationären Umströmung von Hindernissen. Die Hindernisse verursachen infolge ihrer geometrischen Form gekrümmte Stromlinien, und verursachen somit Druckgradienten, die zur Entstehung der Druckverteilung an der Oberfläche der Hindernisse führen, siehe Bild 2.5 und Bild 2.6. Aus Stromlinienbildern kann unmittelbar aus den Krümmungen auf die Größe und Richtung der Druckgradienten geschlossen werden.

2.1.4 Coanda-Effekt

Für bestimmte stromlinienförmige Hindernisse folgt die Strömung in der Umgebung ihrer geometrischen Form. Ist das Hindernis klein gegenüber den Abmessungen der ungestörten Strömung, folgen die Stromlinien in der Nähe der geometrischen Form des Hindernisses, in größerer Entfernung nimmt die Störung ab. Das Verhalten der Strömung, an Oberflächen anzuliegen und ihrer geometrischen Form zu folgen, heißt Coanda-Effekt: Wenn die Strömung durch Kanten zu abrupten Richtungsänderungen gezwungen wird, entstehen Turbulenzen. Der Coanda-Effekt setzt eine, wenn auch geringe, Reibung voraus. In der Theorie ergibt er sich nicht aus den Eulerschen sondern aus den Navier-Stokes-Gleichungen und der Berücksichtigung der Grenzschicht.

Verstanden werden kann der Coanda-Effekt und die Rolle der Reibung durch einen Gedankenversuch. Wird ein Luftstrahl gemäß Bild 2.3 (links) über einen Halbzylinder geblasen, liegt der Luftstrom zunächst der Form des Zylinders an und folgt dessen Geometrie innerhalb bestimmter Grenzen, um sich erst später abzulösen. Gäbe es keine Reibung, könnte der Luftstrahl wie in Bild 2.3 (rechts) oberhalb gerade weiter strömen, weil dann keine Wechselwirkung mit der unteren Luftschicht bestünde. Mit Reibung ist

dies anders. Die Luft wird im markierten Grenzbereich durch Reibung von der Strömung mitgenommen. Dadurch bildet sich in diesem Bereich ein Unterdruck aus, der zu einer Ablenkung der Strömung nach unten und schließlich zu einem Anlegen der Strömung führt.

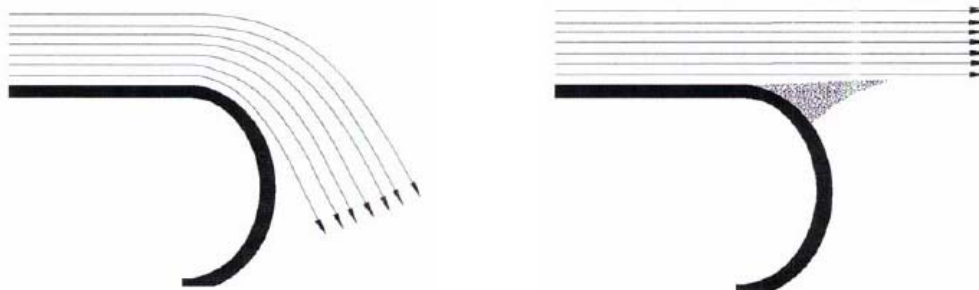


Bild 2.3: Coanda-Effekt (links) und Gedankenversuch zur Rolle der Reibung (rechts)

Die Reibung spielt also für die Form der Umströmung eines Hindernisses eine bedeutsame Rolle. Absolut reibungsfreie Strömungen, sogenannte Potentialströmungen, haben oft völlig andere Formen als die realen Umströmungen. Das gilt auch für die Umströmung von Tragflächen.

2.1.5 Erzeugung von Über- und Unterdruck

Man kann Druckgradienten erzeugen, wenn man eine Luftströmung durch eine gekrümmte Fläche umlenkt. Bild 2.4 zeigt ein einfaches Demonstrationsexperiment. Eine gekrümmte Umlenkfläche wird in den Luftstrahl eines Windkanals gehalten. Im einfachsten Fall genügt ein Föhn. Mit Hilfe eines empfindlichen Schrägröhrmanometers und einer Scheibensonde lässt sich dann zeigen, dass bei der Umlenkung an der Unterseite ein Überdruck und an der Oberseite ein Unterdruck entsteht.

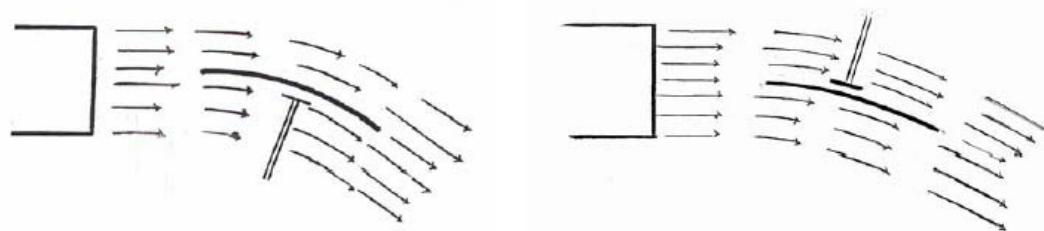


Bild 2.4: Erzeugung von Unterdruck und Überdruck durch Ablenkung einer Luftströmung (links: Messung an der Unterseite, rechts: Messung an der Oberseite)

Die Entstehung des Überdrucks unten ist unmittelbar verständlich. Die Luftströmung hat keine andere Möglichkeit, als der Fläche nach unten auszuweichen. Dabei werden die weiteren umgebenen Schichten der Strömung ebenfalls nach unten abgelenkt. Die Luftvolumina werden auf ihrem Weg nach unten in Richtung des lokalen Krümmungsmittelpunktes beschleunigt, der Druckgradient ist nach oben gerichtet. Das bedeutet, dass der Druck zunimmt, wenn man sich von außen kommend der Fläche nähert. Weiter außen herrscht in einem freien Luftstrahl Atmosphärendruck. An der Fläche haben wir daher Überdruck.

Zur Entstehung des Unterdrucks an der Oberseite: An der Fläche liegt die Strömung wegen des Coanda-Effekts an, die Luftvolumina werden auf ihrem Weg nach unten in Richtung des lokalen Krümmungsmittelpunktes beschleunigt. Die dafür notwendige Kraft entsteht dadurch, dass die Luftvolumina – und damit die Stromröhren – sich gerade soweit von der Oberfläche entfernen, bis der für die Normalbeschleunigung erforderliche Druckgradient senkrecht zur Stromröhre entsteht. Auch hier ist die Beschleunigung nach unten gerichtet, der Druckgradient nach oben. In diesem Fall nimmt der Druck ab, wenn man sich von außen kommend der Fläche nähert.

Hinweis: Oben wird ein Unterdruck durch die Umlenkung erzeugt. Dieses hat eine weitere Konsequenz. Die von vorne anströmende Luft strömt in einen Unterdruckbereich hinein und wird beschleunigt. Der durch die Umlenkung verursachte Unterdruck verursacht also weiter eine höhere Strömungsgeschwindigkeit, wie es im übrigen das Bernoullische Gesetz beschreibt. Die höhere Strömungsgeschwindigkeit ist die *Folge*, nicht die *Ursache* des Unterdrucks an der Tragflächenoberseite.

2.1.6 Krümmungsanalyse von Stromlinienbildern

Anhand von Stromlinienbildern lässt sich von der Krümmung auf die Richtung und Stärke von Druckgradienten schließen. Stromlinienbilder realer Strömungen lassen sich im Windkanal durch Rauchfäden sichtbar machen. Wenn wir die gesunde Umströmung eines Körpers voraussetzen, folgt sie in der Umgebung des umströmten Körpers annähernd dessen geometrischer Form, wobei die Ablenkungen mit größerer Distanz zurückgehen. Für eine qualitative Analyse legen wir die Krümmungen in der Nähe des umströmten Körpers zu Grunde.

Bild 2.5 zeigt qualitativ die Umströmung eines symmetrischen Tragflächenprofils mit dem Anstellwinkel null. Rechts sind die Kräfte auf die Oberfläche entsprechend der Druckverteilung gezeichnet. Unmittelbar an der Nase des Profils wird die Strömung in Richtung des lokalen Krümmungsmittelpunktes nach außen hin beschleunigt und umgelenkt. Im überwiegenden Bereich des Profils wird die Strömung in Richtung auf das Profil hin beschleunigt. Hier entsteht Unterdruck. An beiden Seiten des Profils haben wir eine nach außen ziehende Kraft. Wegen der Symmetrie heben sich die Wirkungen auf.

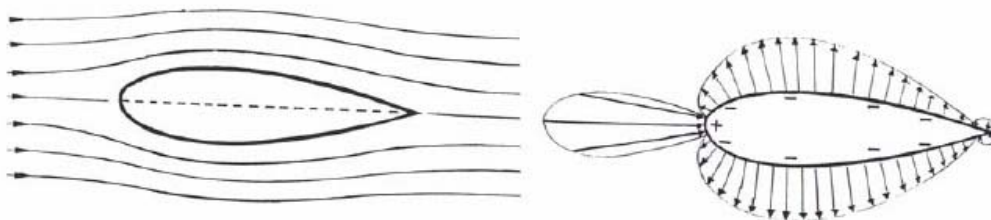


Bild 2.5: Stromlinienbild (links) und Druckverteilung (rechts) für einen symmetrischen Tragflügel

Danach betrachten wir ein Profil mit ebener horizontaler Unterseite, Bild 2.6. An der Oberseite gibt es kaum Veränderungen der Stromlinien. Es bleibt hier bei der nach außen, mit nach oben wirkenden Kraft. An der Unterseite bleibt die Luftströmung näherungsweise parallel und es entstehen nur geringe Druckänderungen. Es überwiegt die nach oben wirkende Kraft an der Oberseite, hier haben wir bereits Auftrieb.

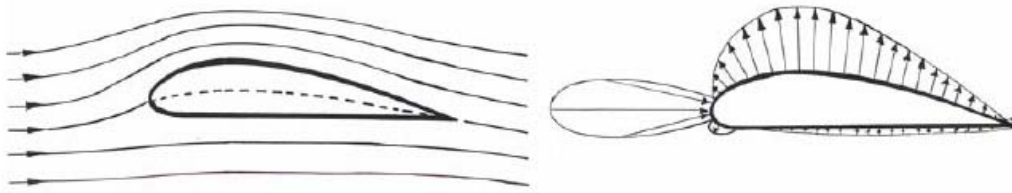


Bild 2.6: *Stromlinienbild und Druckverteilung für ein Profil mit ebener horizontaler Unterseite*

Bild 2.7 zeigt ein Tragflächenprofil mit gewölbter Unterkante. Es ist ein typisches Langsamflugprofil. An der Oberseite ändert sich wieder nichts. An der Unterseite allerdings wechselt die Richtung der Krümmung der Stromlinien. Das führt dazu, dass an der Nase im Falle geringer Anstellwinkel auch an der Unterseite ein begrenzter Unterdruckbereich auftritt. In größeren Bereich allerdings haben wir Überdruck, so dass auch die Unterseite zum Auftrieb beiträgt.

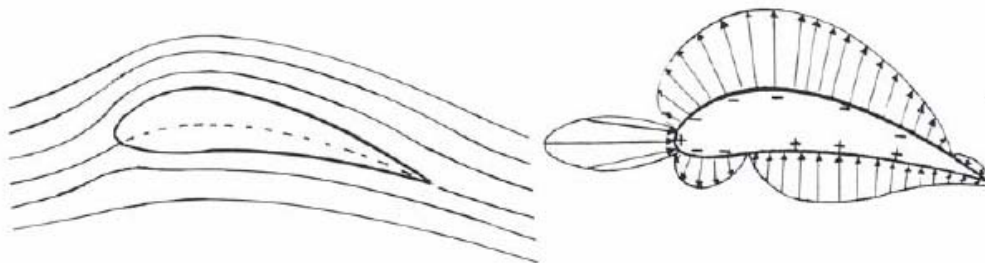


Bild 2.7: *Stromlinienbild und Druckverteilung für ein Langsamflugprofil mit gewölbter Unterseite*

Diese Krümmungsanalyse lässt weiter verstehen, dass bei Tragflächenprofilen der Beitrag der Oberseite größer ist als derjenige der Unterseite.

3 Bezeichnungen und dimensionslose Beiwerte

In diesem Abschnitt, der sich weitestgehend an [2] orientiert, sollen die mit den geometrischen Abmessungen und der Tragflügelform zusammenhängenden Bezeichnungen und Begriffe eingeführt werden. Anschließend werden die Kraftwirkungen an dem Tragflügel diskutiert.

3.1 Bezeichnungen

Als *Profilsehne* bezeichnet man bei auf der Unterseite konkaven Profilen die Tangente an die Profilunterseite durch die Hinterkante (Bild 3.1). Bei beidseitig konvexen oder symmetrischen Profilen ist die Profilsehne gleich der Verbindungslinie zwischen vorderem Nasenpunkt und Hinterkante.

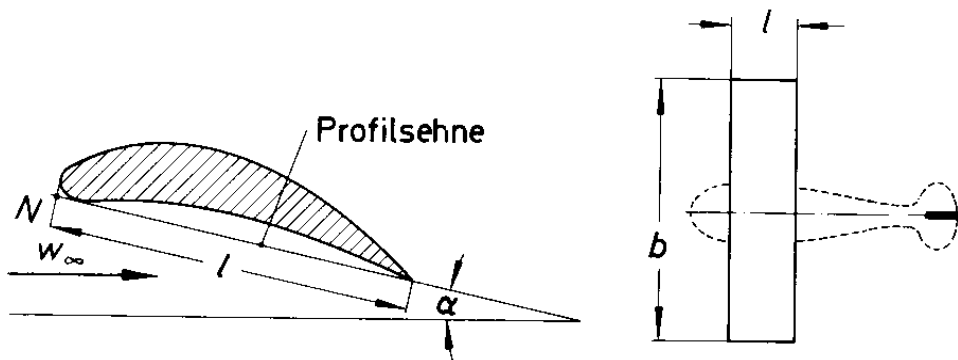


Bild 3.1: Hauptabmessungen eines Tragflügels

Als *Anstellwinkel* α definiert man den Winkel zwischen Anströmgeschwindigkeit w_∞ und Profilsehne.

Die Strecke l bezeichnet man als *Profillänge* oder *Sehnenlänge*, die Spannweite b als *Profilbreite*.

Für die Berechnung der Kräfte benötigt man die *Flügelfläche* oder *Grundrissfläche* $b \cdot l$.

Den Schlankheitsgrad des Flügels drückt man durch das *Seitenverhältnis* $\lambda = l/b$ aus.

3.2 Profilformen

Tragflügelprofile zählen in vielen technischen Bereichen zu den wichtigsten Geometrien. In der Aerodynamik finden sie als Tragflächen im Flugzeugbau, als Umlenkschaufeln (z. B. in Windkanälen) oder als rotierende Flügelgeometrien für Strömungsmaschinenbeschaukelungen sowie in thermischen Strömungsmaschinen (z. B. in Flugtriebwerken) Anwendung. Bei ihrer Umströmung sollen in erster Linie

Auftriebskräfte senkrecht zur Strömungsrichtung erzeugt werden, während hingegen Widerstandskräfte möglichst klein sein sollen.

Bei der Form des Profils wird zwischen asymmetrischen und symmetrischen Profilformen unterschieden (Bild 3.2).



Bild 3.2: Profilformen eines Tragflügels

3.2.1 Die asymmetrische Profilform

Die Flügeloberseite ist konvex ausgebildet, während die Unterseite nur leicht konvex, gerade oder sogar konkav ausgebildet ist. Die Profile mit nur leicht konvexen oder gerader Flügelunterseite werden auch halbsymmetrische Profile genannt. Asymmetrische Profilformen erzeugen bereits Auftriebskräfte F_A bei einem Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$.

3.2.2 Die symmetrische Profilform

Die Flügeloberseite und -unterseite sind symmetrisch konvex ausgebildet. Bei einem Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ wird kein Auftrieb erzeugt. Auftriebskräfte F_A werden nur durch Anstellwinkel $\alpha > 0^\circ$ erreicht, wodurch aber auch die Widerstandskraft F_W zunimmt.

3.3 Kräfte und Druckverteilung an dem unendlich breiten Tragflügel

Um den Einfluss der Flügelschlankheit auf die Kräfte auszuschließen, wird der Flügel als unendlich breit angesehen. Dies wird durch eine Einspannung des Flügels zwischen zwei feste Wände verwirklicht (Bild 3.3).

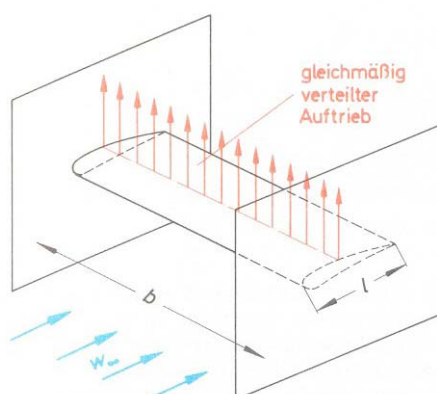


Bild 3.3: Auftriebsverteilung an einem zwischen zwei Wänden eingespannten Tragflügel

Die Strömung um einen derartig eingespannten Tragflügel darf in zu den seitlichen Wänden parallel verlaufenden Schnittebenen als ebene Strömung angesehen werden. An dem Tragflügel greifen die in Bild 3.4 eingetragenen Kräfte an:

Die Auftriebskraft F_A wird als

$$F_A = c_A \frac{\rho}{2} w_\infty^2 b l \quad (3.1)$$

aufgeschrieben.

Also wird die *Grundrissfläche*, $b \cdot l$, als die wesentliche geometrische Größe angenommen. C_A ist hier der Auftriebsbeiwert (engl. "lift coefficient", mit Notation C_L).

Die Widerstandskraft des Tragflügels wird ebenfalls mit der *Fläche* $b \cdot l$ parametrisiert

$$F_W = c_W \frac{\rho}{2} w_\infty^2 b l \quad (3.2)$$

C_W entspricht dem Widerstandsbeiwert (engl. "drag coefficient", mit Notation C_D). Die *Anströmgeschwindigkeit* wird mit w_∞ bezeichnet und ρ ist die *Dichte* des Strömungsmediums. Die dimensionslosen Beiwerte c_A und c_W hängen von der Profilform, von dem Anstellwinkel α , von der Rauigkeit der Profiloberfläche und von der Reynolds-Zahl Re (3.11) ab.

Die Resultierende aus beiden Kräften ergibt sich zu:

$$F_R = \sqrt{F_A^2 + F_W^2} \quad (3.3)$$

Teilt man diese in Komponenten parallel und senkrecht zur Profilschneide auf, so gelangt man zur Normalkraft F_N

$$F_N = F_A \cos \alpha + F_W \sin \alpha \quad (3.4)$$

und zur Tangentialkraft F_T

$$F_T = F_W \cos \alpha - F_A \sin \alpha \quad (3.5)$$

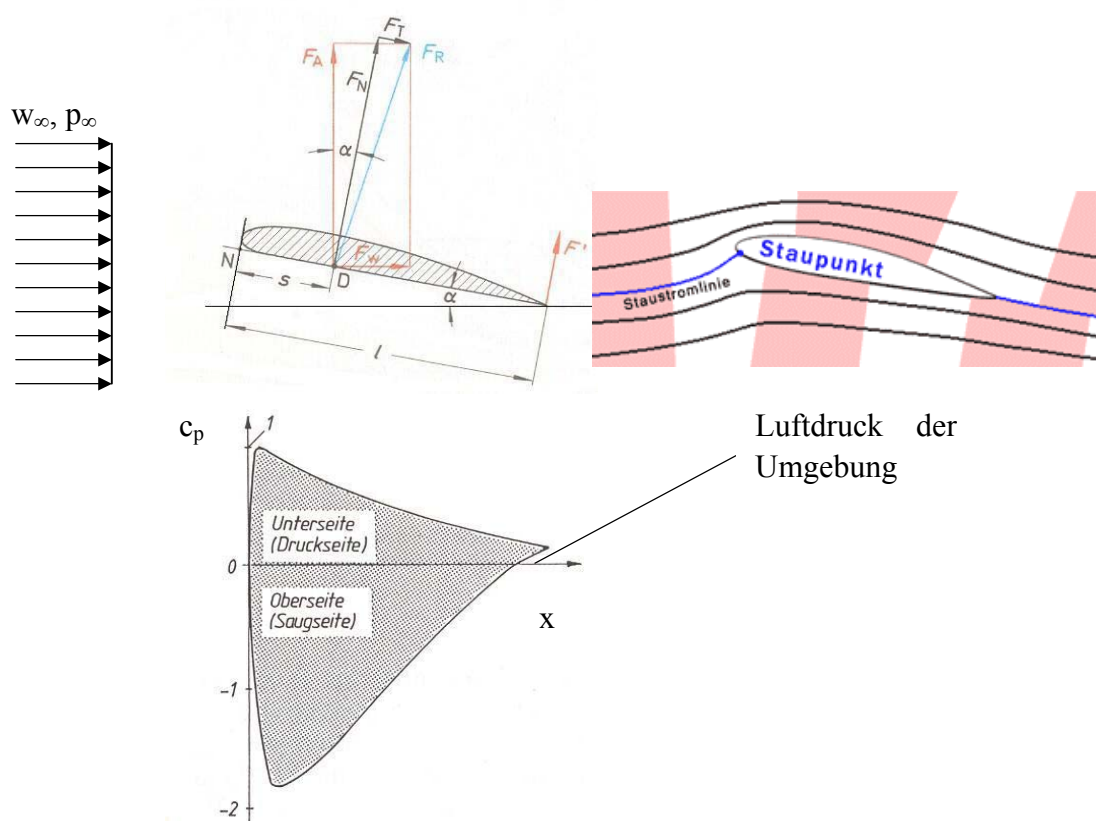


Bild 3.4: Kräfte und Druckverteilung an dem Tragflügel.

In Bild 3.4 ist der Druck in Form des dimensionslosen Druckbeiwerts c_p nicht längs der Profilkontur, sondern längs einer Koordinate x (parallel zu w_∞) aufgetragen. Der Druckbeiwert c_p ist definiert als

$$c_p = \frac{p(x) - p_\infty}{\frac{\rho}{2} w_\infty^2} = 1 - \frac{w(x)^2}{w_\infty^2} \quad (3.6)$$

w_∞ und p_∞ sind die Werte in der ungestörten Anströmung weit vor dem Flügel. $p(x)$ und $w(x)$ entsprechen dem örtlichen Druck und der örtlichen Strömungsgeschwindigkeit am Grenzschichttrand. Mit eingezeichnet ist die Staustromlinie, die den Luftstrom, der an dem Tragflügel vorbeiströmt, teilt. Luftmoleküle, die sich auf der Staustromlinie befinden, treffen frontal auf das Profil auf und werden dort abgebremst, bis die Strömungsgeschwindigkeit auf null zurückgeht. Die auf der Flügeloberseite vorbeiströmende Luft wird beschleunigt. Dies ist schematisch durch die dunkel eingefärbten Flächen dargestellt, die Partikel symbolisieren, die zum gleichen Zeitpunkt starten und deren Bahnen durch die Staustromlinie getrennt sind.

Trägt man den jeweiligen Druckunterschied gegenüber dem Druck in der ungestörten Strömung, jeweils bezogen auf den Staudruck $\rho/2 \cdot w_\infty^2$, über dem Profil auf, so erhält man etwa die in Bild 3.4 dargestellte Druckverteilung. Die auf der Saugseite entstehenden Unterdrücke haben ihr Maximum in der Nähe der Flügelnase und können bis zum zweifachen Wert des Staudruckes $\rho/2 \cdot w_\infty^2$ ansteigen.

Die Lage des Kraftangriffspunktes (Strecke s) auf dem Tragflügel wird über das Moment, das auf den Tragflügel im Angriffspunkt ausgeübt wird, bestimmt:

$$M = s \cdot F_N \quad (3.7)$$

An der Flügelkante wirkt dann bei dem gleichen Moment die Kraft F' (Bild 3.5).

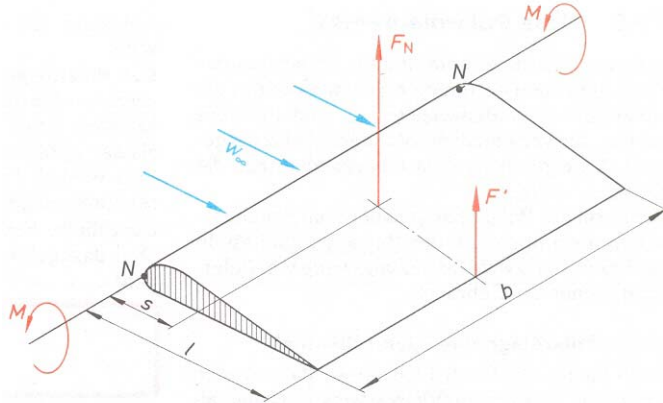


Bild 3.5: Momente an einem Tragflügel

Diese Kraft kann aber mit einer auf den Angriffspunkt bezogenen Widerstandszahl, die als Momentenbeiwert c_M bezeichnet wird, errechnet werden.

$$F' = \frac{M}{l} = c_M \frac{\rho}{2} w_\infty^2 b l \quad (3.8)$$

Damit erhält man für die Lage des Angriffspunktes die Strecke s :

$$s = \frac{M}{F_N} = \frac{c_M \cdot l}{c_A \cdot \cos \alpha + c_W \cdot \sin \alpha} \quad (3.9)$$

Da der Anstellwinkel meist sehr klein ist, gilt näherungsweise:

$$s = \frac{c_M \cdot l}{c_A} \quad (3.10)$$

3.4 Das Polardiagramm

In einem Polardiagramm sind für ein bestimmtes Profil mit einem bestimmten Seitenverhältnis die dimensionslosen Beiwerte c_A , c_W und meistens noch c_M für verschiedene Anstellwinkel α dargestellt. Als eigentliche Polare bezeichnet man die Kurve $c_A = f(c_W)$.

Die Form der Polare hängt außer von dem Seitenverhältnis auch noch von der Reynolds-Zahl ab. In der Praxis sind zwei Darstellungsarten von Polardiagrammen im Gebrauch.

3.4.1 Das Polardiagramm nach Lilienthal

Nach einem von Otto Lilienthal stammenden Verfahren wird der Auftriebsbeiwert c_A einmal als Funktion des Widerstandsbeiwertes c_W und einmal als Funktion des Momentenbeiwertes c_M aufgetragen (Bild 3.6). Der zu den jeweiligen c_A -, c_W - und c_M -Werten gehörende Anstellwinkel α ist punktweise angegeben. Mit zunehmendem Anstellwinkel α nimmt der Auftriebsbeiwert c_A bis zu seinem Maximalwert, dem sogenannten "kritischen Anstellwinkel", zu. Im allgemeinen zeigt sich, dass Auftriebserhöhung auch immer Widerstandserhöhung bedeutet. Der Anstellwinkel lässt sich so lange erhöhen bis jener ca. 15 -20 ° erreicht, bei dem i.a. maximaler Auftrieb erzeugt werden kann. Bei Überschreitung des zu $c_{A \max}$ gehörenden Anstellwinkels fällt der Auftriebsbeiwert wieder ab. Die Strömung reißt auf der Profilsaugseite ab. Die Größe des kritischen Anstellwinkels und des maximalen Auftriebsbeiwertes hängen im Wesentlichen von der Profilform ab, werden aber auch über die Oberflächenrauigkeit und nicht unerheblich von der Reynoldszahl

$$Re = \frac{w_\infty \cdot l}{\nu} \quad (3.11)$$

beeinflusst, die aus dem Produkt der Anströmgeschwindigkeit w_∞ , der Profillehnenlänge l und der kinematischen Viskosität der Luft ν berechnet wird.

Bei kleiner werdenden Anstellwinkeln kann der Auftriebsbeiwert c_A negativ werden. Beim größten negativen Auftriebsbeiwert $c_{A \min}$ tritt ebenfalls Ablösung auf, und zwar auf der Profildruckseite.

Das Polardiagramm wird üblicherweise im verzerrten Maßstab aufgezeichnet, wobei der c_W -Maßstab zehnmal und der c_M -Maßstab zweimal größer als der c_A -Maßstab ist.

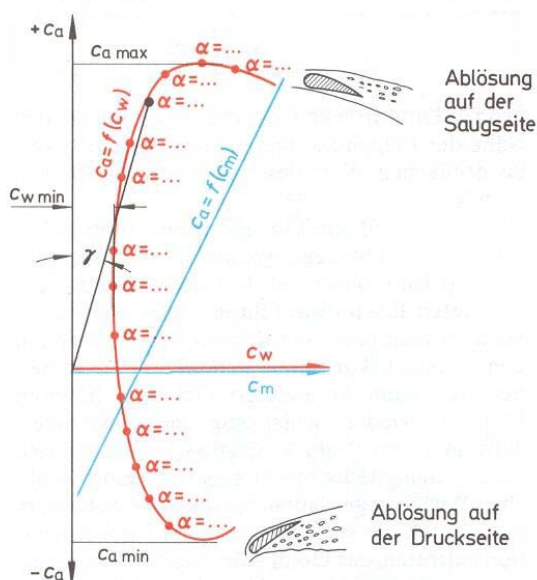


Bild 3.6: Polardiagramm nach Lilienthal

Den Winkel, den eine zu einem beliebigen Polarenpunkt eingetragene Gerade mit der c_A -Achse einschließt, bezeichnet man als Gleitwinkel γ . Den dazugehörigen Tangens nennt man Gleitzahl ε .

$$\tan \gamma = \varepsilon = \frac{c_W}{c_A} \quad (3.12)$$

Je kleiner die Gleitzahl ε eines Profils ist, desto geringer ist der Widerstand F_W bezogen auf den Auftrieb F_A .

3.4.2 Das aufgelöste Polardiagramm

Im aufgelösten Polardiagramm (Bild 3.7) werden Auftriebsbeiwert c_A , Widerstandsbeiwert c_W , Momentenbeiwert c_M und manchmal noch die Gleitzahl ε als Funktion des Anstellwinkels α dargestellt.

Diese Darstellungsart hat den Vorteil, dass sich der Anstellwinkel α für jeden beliebigen Beiwert exakt ablesen lässt, während man beim Lilienthalschen Polardiagramm meistens zwischen den eingetragenen α -Punkten interpolieren muss.

Das aufgelöste Polardiagramm wird vor allem bei Schaufelberechnungen im Strömungsmaschinenbau benutzt.

Man erkennt aus Bild 3.7, dass sich der Auftriebsbeiwert c_A in einem weiten Bereich linear mit dem Anstellwinkel α ändert.

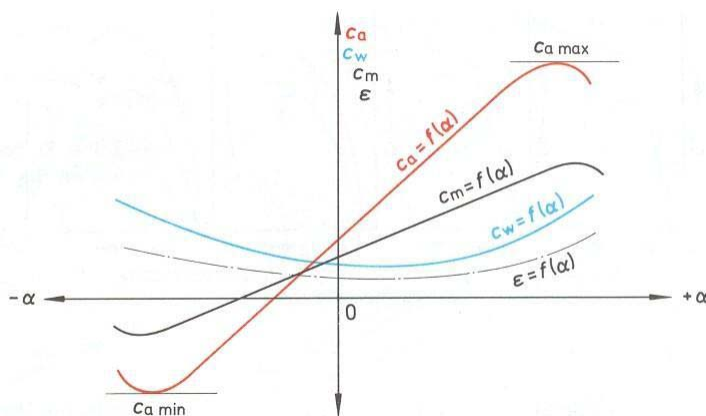


Bild 3.7: Aufgelöstes Polardiagramm

In Fachliteraturen (wie z. B. Strömungsmaschinen von Pfeleiderer /Petermann [3]) sind die Polaren zahlreicher Profile in gemeinsamen Diagrammen dargestellt und außerdem empirische Beziehungen für den Zusammenhang zwischen Auftriebsbeiwert c_A und Anstellwinkel α angegeben.

3.4.3 Der induzierte Widerstand

Bei Tragflügeln mit endlicher Breite, d. h. ohne seitliche Begrenzungswände, findet an den Flügelenden ein Druckausgleich zwischen dem Unterdruckgebiet an der Flügeloberseite und dem Überdruckgebiet an der Flügelunterseite statt. Nach bekanntem physikalischem Grundsatz strömt die Luft von hohem Druck zu niedrigerem Druck, d.h. an dem Tragflügel von unten nach oben. Es entsteht durch diese Umströmung quer zur Flügelbreite ein Randwirbelpaar, das einen zusätzlichen Abwind zur Folge hat. Dabei nimmt der Auftrieb von der Tragflügelmitte zu den Enden hin stetig auf null ab und zwar angenähert ellipsenförmig (Bild 3.8). Die kinetische Energie dieses Abwindes ist gleichbedeutend mit einem zusätzlichen Energieverlust, der zum Form- und Reibungswiderstand des Flügels hinzukommt. Dieser zusätzliche Verlust wird auch als induzierter Widerstand bezeichnet.

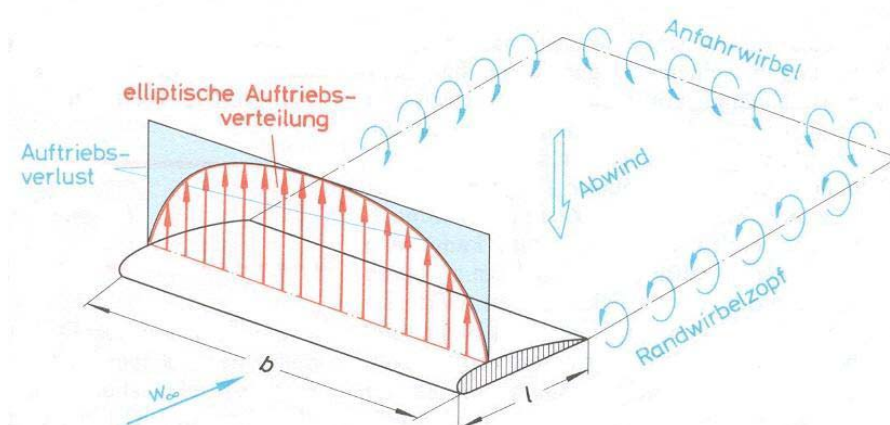


Bild 3.8: elliptische Auftriebsverteilung

3.5 Einfluss der Endplatten auf ein NACA 0015-Profil

Ein Weg, um den Auftrieb eines Tragflügels zu erhöhen, ist der Einsatz von Endplatten, die den Druckausgleich bedingt durch Randwirbelbildungen an den Flügelenden unterbinden. Allerdings nimmt der Formwiderstand zu, da eine Widerstandskraft durch den Strömungswiderstand bedingt durch die Ausbildung von Wirbelschleppen an den Endplatten hinzukommt. Auch die geometrische Form der Endplatten (Kreis, Dreieck, Quadrat, Rechteck) hat großen Einfluss auf die Messergebnisse [7]. Endplatten sind besonders effizient, wenn der Schlankheitsgrad, der durch das *Seitenverhältnis* $\lambda = l/b$ ausgedrückt wird, niedrig ist [7]. In diesem Fall kann der c_A -Wert signifikant gesteigert werden und der induzierte Widerstand nimmt ab.

Für ein NACA 0015-Tragflügelprofil mit einem Seitenverhältnis von $\lambda = 1,17$, das bei einer Reynolds-Zahl von 795.000 untersucht wurde [7], sind Messergebnisse ohne Endplatte und für eine schmale rechteckige Endplatte in Tabelle 3.1 gegenübergestellt und in Bild 3.9 graphisch dargestellt.

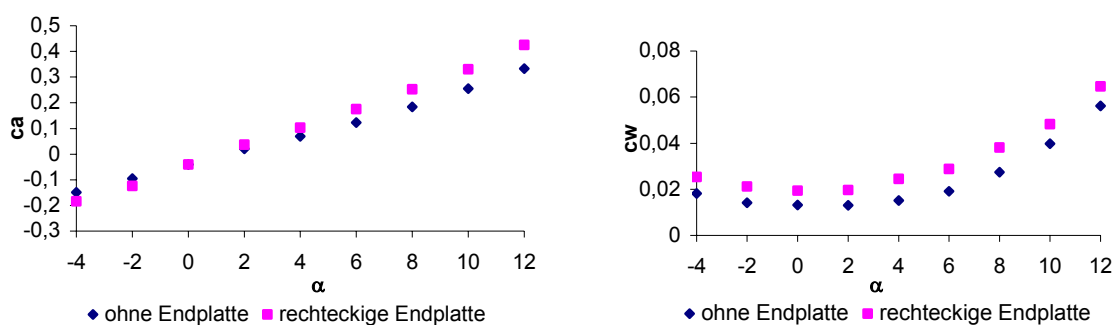
Bild 3.9: α - c_a -Diagramm und α - c_w -Diagramm für den NACA 0015-Tragflügel nach [7]

Tabelle 3.1: NACA 0015-Tragflügeldaten nach [7]

ohne Endplatte			mit rechteckiger schmaler Endplatte		
α	c_a	c_w	α	c_a	c_w
14	0,41	0,08	14	0,50	0,08
12	0,33	0,06	12	0,43	0,06
10	0,26	0,04	10	0,33	0,05
8	0,18	0,03	8	0,25	0,04
6	0,12	0,02	6	0,18	0,03
4	0,07	0,02	4	0,10	0,02
2	0,02	0,01	2	0,04	0,02
0	-0,04	0,01	0	-0,04	0,02
-2	-0,09	0,01	-2	-0,12	0,02

3.6 Laminare und turbulente Grenzschichten an gekrümmten Wänden

Bei der Umströmung eines Tragflügels spielt die Reibung für Reynolds-Zahlen $\gg 1$ nur in einer wandnahen Grenzschicht der Dicke δ eine Rolle ([4], [5]). In dieser Schicht, in der die Luftmoleküle noch nicht die volle Strömungsgeschwindigkeit erreicht haben, erfolgt der Anstieg der Geschwindigkeit von null auf den Wert der Außenströmung.

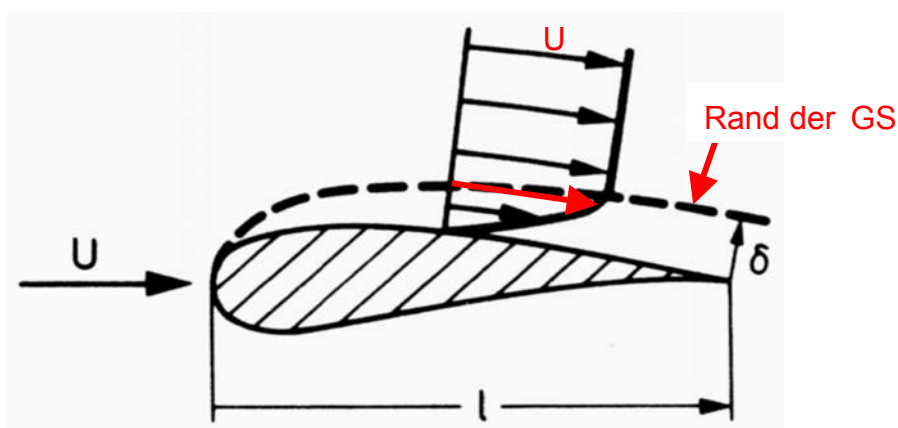


Bild 3.10: Strömungsgrenzschicht an dem Tragflügel

Längs einer gekrümmten Wand sind Außengeschwindigkeit und Druck nicht mehr konstant. $U(x)$ und $p(x)$ können an dem Grenzschichtrand mit Hilfe der reibungsfreien

Stromfadentheorie und der radialen Druckgleichung bestimmt werden. In Abhängigkeit dieser aufgeprägten Druckverteilung stellen sich nun in der Grenzschicht unterschiedliche Geschwindigkeitsprofile ein (Bild 3.11, vgl. Überlagerung der ebenen Poiseuille-Strömung und der Couette-Strömung). Dabei kann es zu erheblichen Änderungen der wandnahen Geschwindigkeiten kommen. Die Steigung der Wandtangente an das Geschwindigkeitsprofil kann null (Ablösung) oder sogar negativ im Falle einer Strömungsablösung werden. Demgegenüber ändern sich die Außengeschwindigkeiten nur relativ wenig.

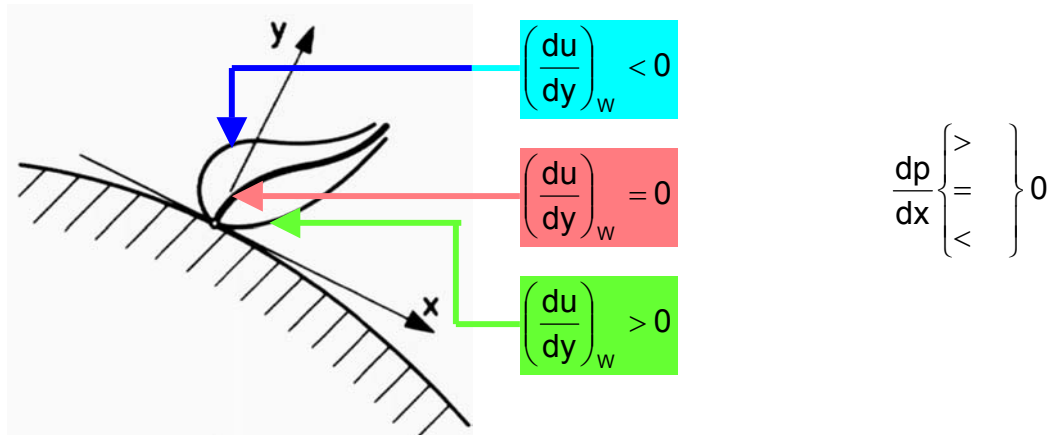


Bild 3.11: Geschwindigkeitsprofile in der Grenzschicht an einer gekrümmten Oberfläche

Auf einer mäßig gekrümmten Körperoberfläche ($u = v = 0$) liefert die erste Navier-Stokes-Gleichung den Zusammenhang

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_w = \nu \underbrace{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_w}_{=K} \quad (3.13)$$

Die zweite Navier-Stokes-Gleichung reduziert sich – wie im Falle von Rohr und Spalt – zu der Aussage

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3.14)$$

Daraus folgt, dass $p = p(x) \neq p(y)$ ist. D.h. der Druckgradient ist konstant, und für $u(y)$ kommt eine gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung (3.13).

$$u(y) = \frac{\tau_w}{\mu} y + \frac{\partial p}{2\mu} y^2 \quad (3.15)$$

Bild 3.12 und Bild 3.13 zeigen den Zusammenhang zwischen Druckgradient und Krümmung des Geschwindigkeitsprofils an der Wand. Dieser ergibt sich aus der 1. Navier-Stokes-Gleichung (3.13), wobei K als Maß für die Krümmung des Geschwindigkeitsprofils an der Wand angesehen werden kann. Bild 3.13 zeigt den Fall der laminaren Profilstromung, wobei die Druckverteilung auf der Profilstromlinie der Ausgangspunkt ist. Auf der Körpervorderseite ist $dp/dx < 0$, die Strömung wird

beschleunigt. Es liegt ein völliges Geschwindigkeitsprofil vor, dessen Krümmung $K < 0$ ist. Im Dickenmaximum ist $dp/dx = 0$, dort tritt ein Wendepunkt im Geschwindigkeitsprofil auf. Auf der Körperrückseite steigt der Druck an ($dp/dx > 0$) und die Strömung wird verzögert. Der Wendepunkt wandert ins Innere der Grenzschicht. Ist die Wandtangente normal zur Oberfläche, so beginnt die Ablösung. Stromabwärts kommt es zu Rückströmungen. Diese Rückströmungen führen zu einer erheblichen Abweichung der realen Druckverteilung von derjenigen der reibungsfreien Strömung.

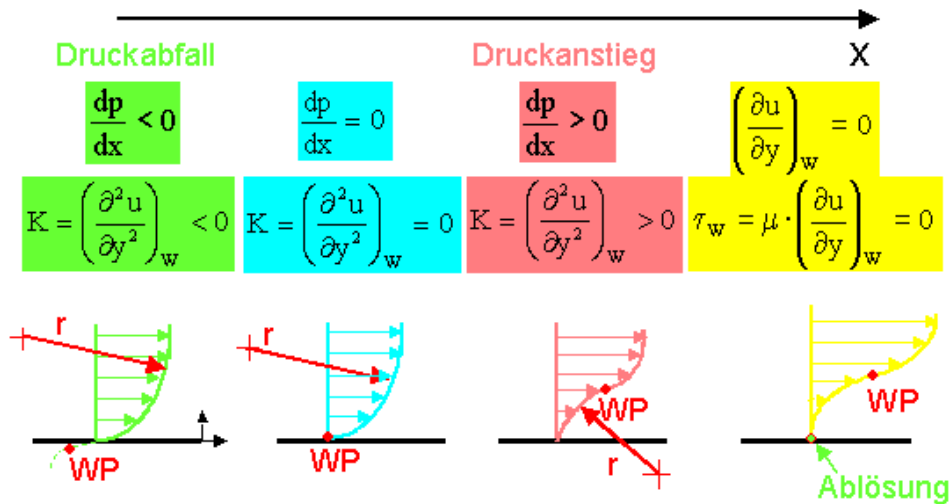


Bild 3.12: Zusammenhang zwischen Druckgradient und Krümmung an der Wand

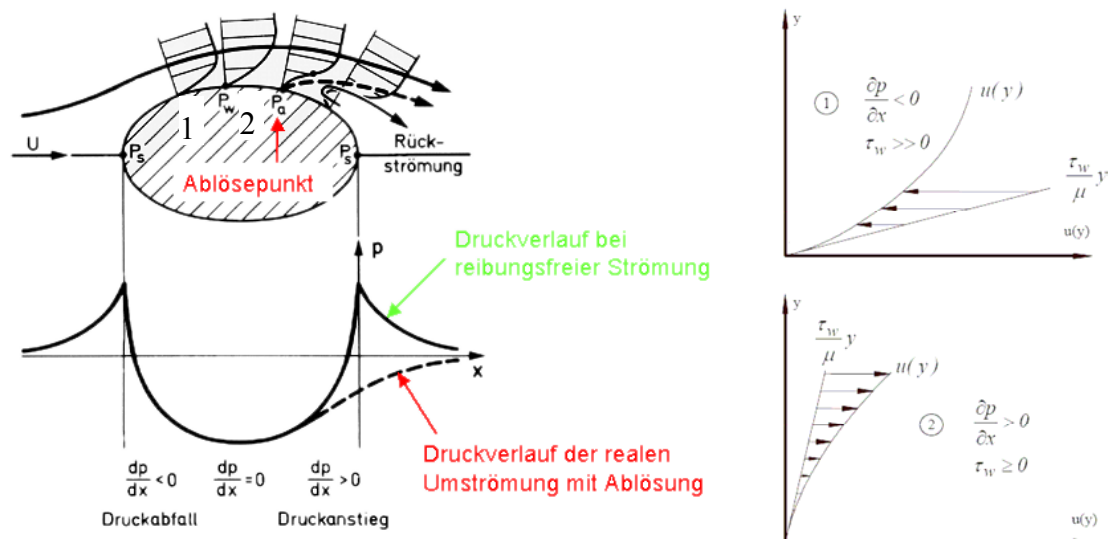


Bild 3.13: Druckverlauf und Grenzschichtprofile bei laminarer Profilumströmung

Wenn nun die das Fluid verzögernde Kräfte, resultierend aus der Druckkraft (positiver Druckgradient in Strömungsrichtung) und den Schubspannungen, stärker als der Impulstransport von der Umgebungsströmung in die Grenzschicht sind, dann kommt es zu einer Ablösung der Grenzschicht von der Wand.

Bei genauerer Betrachtung der Strömungsverhältnisse an einem Tragflügelprofil erkennt man, dass die Grenzschicht im vorderen Bereich, solange die Strömung beschleunigt wird, laminar ist.

Für $Re = w_\infty l / \nu < 5 \cdot 10^5$ erfolgt unterkritische Umströmung mit laminarer Ablösung (Bild 3.14). Hier liegt durchweg laminare Strömung vor, die aufgrund des aufgeprägten Druckanstieges zur Ablösung kommt.

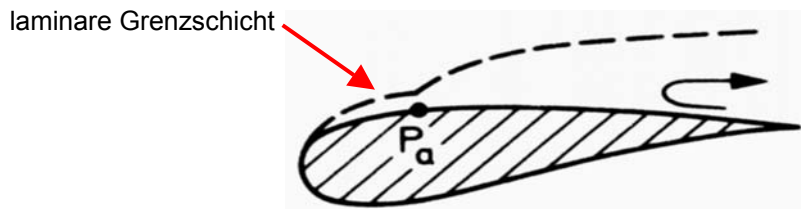


Bild 3.14: Unterkritische Profilumströmung mit laminarer Ablösung

Für $Re = w_\infty l / \nu > 5 \cdot 10^5$ liegt überkritische Umströmung mit turbulenter Ablösung vor (Bild 3.15). Hier erfolgt der laminar-turbulente Umschlag (P_u) nach der Lauflänge l_u , da es im hinteren Bereich des Tragflügelprofils zu einem Luftdruckanstieg kommt. Eine dünne laminare Schicht nahe der Oberfläche bleibt aber dennoch bestehen. Die turbulente Grenzschicht löst in P_a ab.

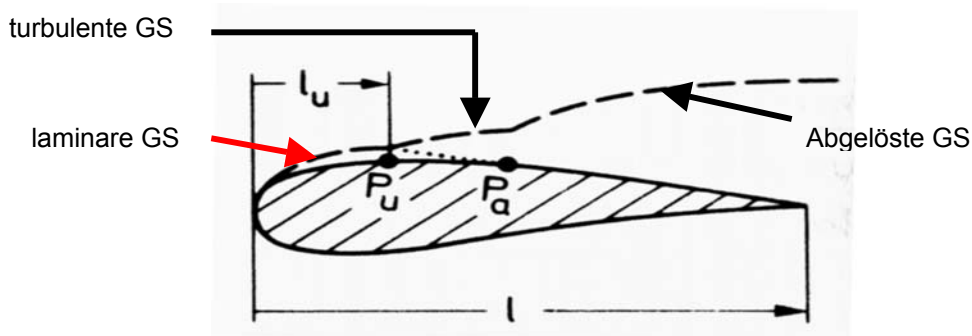


Bild 3.15: Überkritische Profilumströmung mit turbulenter Ablösung

Die Ablösung ist stets mit Wirbelbildungen und daher mit Energieverlusten verbunden, so dass dadurch der Widerstand des umströmten Körpers größer wird. Es bilden sich Wirbel, die auch gegen die Strömungsrichtung laufen. Zur Erzeugung der Wirbel wird Energie benötigt, die aus der Strömungsenergie bezogen werden muss, was sich in erhöhtem Widerstand bemerkbar macht. Je weiter vorne an dem Körper die Ablösung auftritt, desto größer wird das Wirbelgebiet hinter dem Körper und damit schließlich auch sein Widerstand (siehe dazu Bild 3.13). Dann übersteigt der Druckwiderstand, der sich aus der Integration der Druckverteilung über den Körper ergibt, bei weitem den Reibungswiderstand. Die Summe aus Reibungs- und Druckwiderstand ergibt den Gesamtwiderstand. Bei nicht so steilem Druckanstieg kommt es jedoch nur zu einer sogenannten Ablöseblase. Hierbei legt sich die laminare Strömung nach dem Umschlag in eine turbulente wieder an das Profil an. Im Inneren der Blase entsteht eine

Zirkulation, die entgegen der Strömung gerichtet sein kann. Einige Formen der Strömungsablösung sind in Bild 3.16 dargestellt.

Der Reibungswiderstand ist in der laminaren Grenzschicht wesentlich geringer als in der turbulenten. Dieser Umstand führte z.B. in der Flugzeugindustrie zur Entwicklung der Laminarprofile. Hier wird durch geeignete Wahl der Profilform der Umschlagpunkt möglichst weit zu dem Körperheck verschoben, damit die laminare Grenzschicht erhalten bleibt. Liegt eine laminare Grenzschicht vor, ist der Widerstandsbeiwert unabhängig von der Oberflächenrauigkeit; liegt eine turbulente Grenzschicht vor, ist der Widerstandsbeiwert abhängig von der Oberflächenrauigkeit als auch von der Reynolds-Zahl.

Bei der Konstruktion von Tragflügelprofilen muss also folgendes beachtet werden:

- Der Reibungswiderstand ist dadurch zu minimieren, dass man nach Möglichkeit für eine laminare Grenzschicht sorgt.
- Den Druckwiderstand kann man dadurch verringern, dass man die Ablösestelle möglichst weit an das Körperheck verschiebt.

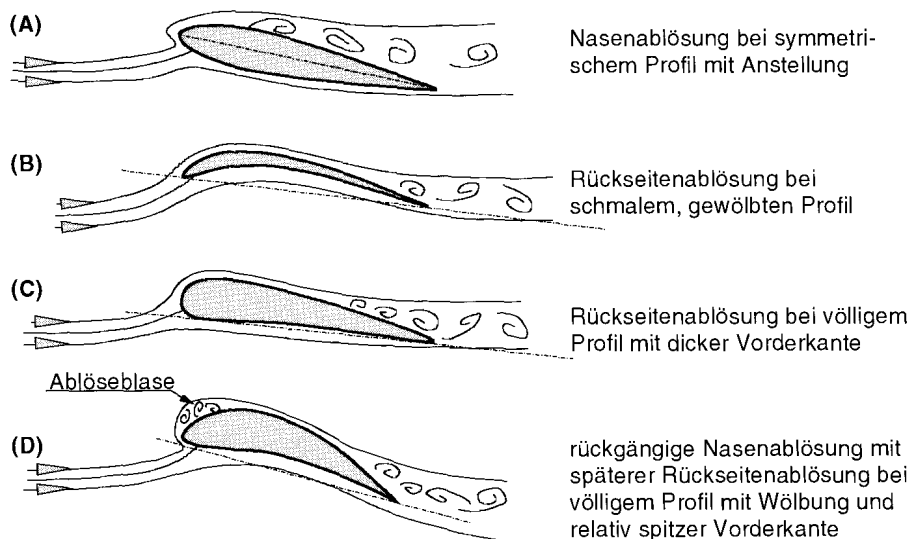


Bild 3.16: Formen der Strömungsablösung bei Profilmströmungen

4 Versuchsdurchführung

4.1 Versuchsaufbau und Messwertaufnahme

Als beschreibende Messgrößen der Umgebungsbedingungen werden zu Versuchsbeginn der Barometerstand p_∞ und die im Versuchslabor herrschende Umgebungstemperatur T_∞ ermittelt.

Für die Messung des Widerstandsbeiwertes c_W und des Auftriebsbeiwertes c_A des in Bild 4.4 und Bild 4.5 skizzierten Tragflügelprofils wird der Freistrahwindkanal der Universität Siegen verwendet, siehe Bild 4.1.

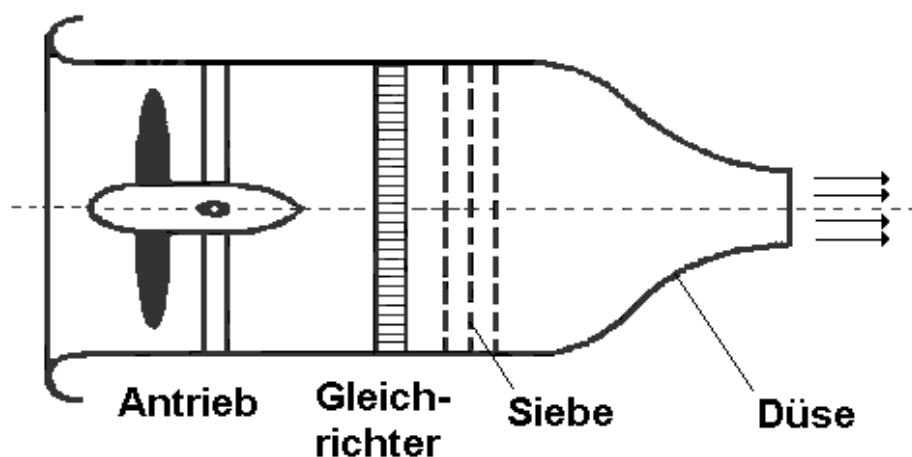


Bild 4.1: Freistrahwindkanal der Universität Siegen

Ein Ventilator saugt über eine Einlaufdüse aus der Umgebung Luft an und drückt diese, nachdem sie in einem Gleichrichter und Turbulenzsieven möglichst relaminarisiert worden ist, durch eine Düse in die Umgebung. In diesem Freistrah wird ein NACA 0015-Tragflügelmodell, das zwischen zwei schmale, rechteckige Endplatten eingespannt ist, gemäß Bild 4.2 angebracht. Vor jeder Messreihe ist der dynamische Druck q_∞ der Anströmung mittels einer Prandtl-Sonde (Pos. 6, Bild 4.2) zu erfassen, indem mittels Druckmessschläuchen die gemessenen dynamischen Drücke p_{dyn} an ein Differenzdruckaufnehmer übertragen werden. Auf einem Digital-Multimeter werden die Druckwerte in Pa angezeigt und können alsbald in Strömungsgeschwindigkeit u umgerechnet werden. Aus der Kenntnis der Anströmgeschwindigkeit u_∞ und der kinematischen Viskosität der Luft ν (Tabelle 4.1) kann nach (3.11) die Reynolds-Zahl Re berechnet werden. Diese ist für die Versuchsdauer konstant zu halten und wird vor Versuchsbeginn bekannt gegeben.

Tabelle 4.1: kinematische Viskosität von Luft bei 1,0132 bar (nach [6])

T [°C]	0	10	20	30	40
$\nu \cdot 10^6$ [m ² /s]	13.28	14.18	15.10	16.03	16.98

Für unterschiedliche Anstellwinkel α ($-10^\circ < \alpha < 20^\circ$) soll die statische Druckverteilung über der Kontur des symmetrischen Tragflügelprofils bestimmt werden. Die Messwerte werden dabei an insgesamt 18 statischen Wandaufbohrungen an Ober- und Unterseite des Tragflügelprofils erfasst und können mittels Druckmessschläuchen an einem Vielfach-Schrägrohrmanometer in Millimeter-Flüssigkeitssäule abgelesen werden. Unter Berücksichtigung des Anstellwinkels β des Vielfach-Schrägrohrmanometers können die abgelesenen Druckdifferenzen wie folgt in Pascal umgerechnet werden:

$$p_{stat} [Pa] = \rho_F \cdot g \cdot h_{schräg} [mmFS] \cdot \sin \beta \quad (4.1)$$

Gleichzeitig soll mit einer in vertikaler Richtung verfahrbaren Prandtl-Sonde (Pos. 4, Bild 4.2) das Geschwindigkeitsprofil im Nachlauf des Tragflügels ermittelt werden. Für die Bewegung in der Höhe wird eine Gewindespindel verwendet, die über einen Schrittmotor angetrieben wird (Pos. 3). Die Verbindung zwischen Schrittmotor und Gewindespindel wird durch eine elastische Wellenkupplung erzielt. Zur Steuerung des Schrittmotors kommt das Schrittmotor-Steuergerät C-560 der Fa. Physik-Instrumente zum Einsatz, das manuell mithilfe der Bedienelemente an der Frontplatte bedient wird.

Da jede Schrittschaltung die Motorwelle nur um einen definierten Winkel dreht, kann durch einfaches Mitzählen der Schritte sehr genau auf die momentane Winkelposition geschlossen werden. Mit einer Auflösung von 1000 Schritten pro Motorumdrehung des verwendeten 5-Phasen Motors liegt ein hochauflösendes Positioniersystem vor. Mittels der Gewindespindel ergibt sich ein Übertragungsverhältnis von 3320 Schritten zu 1 cm Verfahrensweg. Die Schrittzahl kann auf einem Display abgelesen werden.

Bei der Messung des dynamischen Druckes wird analog zu der in der Anströmung platzierten Prandtl-Sonde (Pos. 6) vorgegangen.

Um die Re-Zahl auf einem konstanten Wert zu halten, bleibt die Strömungsgeschwindigkeit u_∞ bzw. der daraus resultierende dynamische Druck q_∞ während der Versuchsdauer einer Messreihe, d. h. für einen Anstellwinkel α , unverändert. Die Anströmgeschwindigkeit u_∞ wird mittels der Ventilatorumdrehzahl eingestellt und ist auf maximal 25 m/s begrenzt.

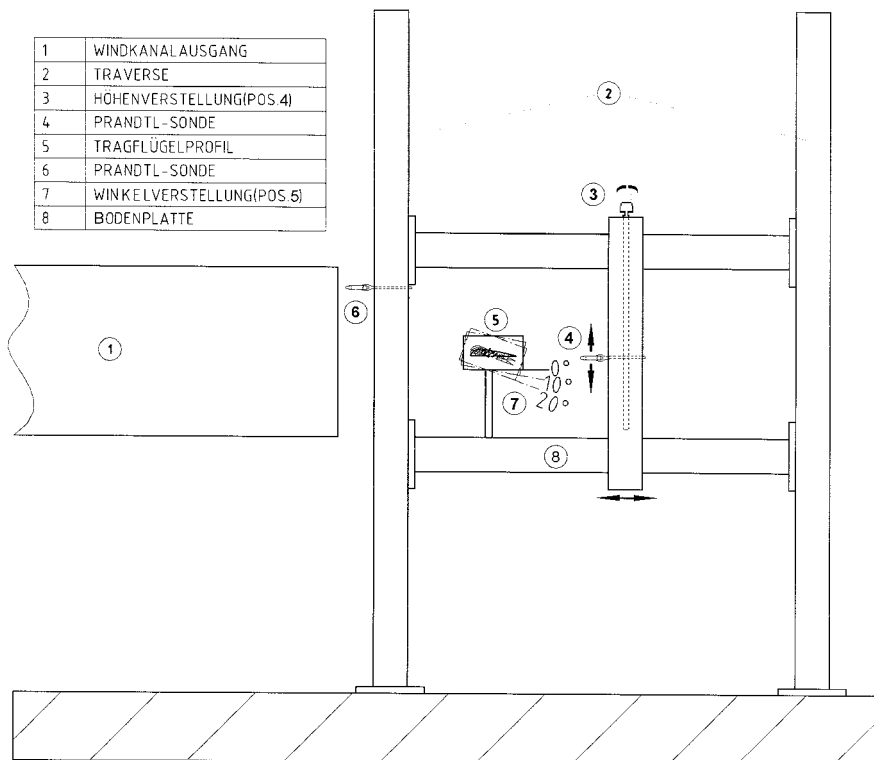


Bild 4.2: Messaufbau

4.1.1 Messung der Anströmgeschwindigkeit und Bestimmung der Luftdichte

Die Messung der Anströmgeschwindigkeit u_∞ erfolgt durch eine weitere Prandtl-Sonde (Pos. 6, Bild 4.2). Bild 4.3 zeigt die verwendete Prandtl-Sonde.

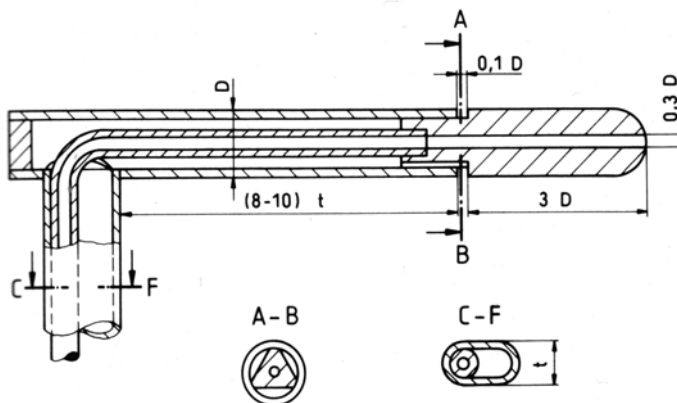


Bild 4.3: Prinzipskizze der Prandtl-Sonde

Die Prandtl-Sonde befindet sich an dem Austritt des Windkanals und misst die Druckdifferenz zwischen Gesamt- und statischem Druck $p_{ges} - p_\infty$. Diese Druckdifferenz entspricht dem dynamischen Druck q_∞ der Anströmung:

$$q_\infty = p_{ges} - p_\infty \quad (4.2)$$

Der dynamische Druck q_∞ ist folgendermaßen definiert:

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_L \cdot u_\infty^2 \quad (4.3)$$

Die für die Versuchsreihen geforderten Anströmgeschwindigkeiten u_∞ sind indirekt aufgrund der Reynolds-Zahl vorgegeben, so dass nur noch die Luftdichte ρ_L bestimmt werden muss.

Mit Hilfe der allgemeinen Gasgleichung berechnet sich diese aus dem Umgebungsdruck p_∞ und der Umgebungstemperatur T_∞ zu:

$$\rho_L = \frac{p_\infty}{R_L \cdot T_\infty} \quad (4.4)$$

$R_L = 287,1 \text{ J/(kg K)}$ entspricht der spezifischen Gaskonstante der Luft. Der Umgebungsdruck p_∞ wird mit einem Quecksilberbarometer (Lambrecht) ermittelt. Die Umgebungstemperatur T_∞ ist an einem Thermometer ablesbar. Es kann davon ausgegangen werden, dass sich bei den während des Versuchs realisierbaren Druckdifferenzen die Luft wie ein inkompressibles Medium mit konstanter Dichte verhält, d.h. die Luftdichte an jeder Stelle entspricht der Luftdichte in der Umgebung.

Setzt man ρ_L nun in (4.4) ein, so berechnet sich q_∞ zu:

$$q_\infty = \frac{1}{2} \frac{p_\infty}{R_L \cdot T_\infty} u_\infty^2 \quad (4.5)$$

In (4.5) sind nun alle Größen zur Bestimmung von q_∞ bekannt.

4.1.2 Bestimmung der Auftriebskraft

Der NACA 0015-Tragflügel hat die in Bild 4.4 und 4.5 dargestellten Abmessungen und Druckbohrungen, die jeweils einen Durchmesser von 0,5 mm haben. Die Druckbohrungen sind an der Tragflügeloberseite und Tragflügelunterseite diagonal zur x-Koordinate angeordnet, um eine gegenseitige Beeinflussung zu vermeiden. Eine Druckbohrung befindet sich im Staupunkt und neun bzw. acht Druckbohrungen befinden sich an der Tragflügeloberseite bzw. -unterseite. Mit Hilfe eines Vielfach-Schrägrohrmanometers wird der Differenzdruck zwischen dem Umgebungsdruck p_∞ und dem an der entsprechenden Druckbohrung jeweils anliegenden statischen Druck p_{Wand} gemessen.

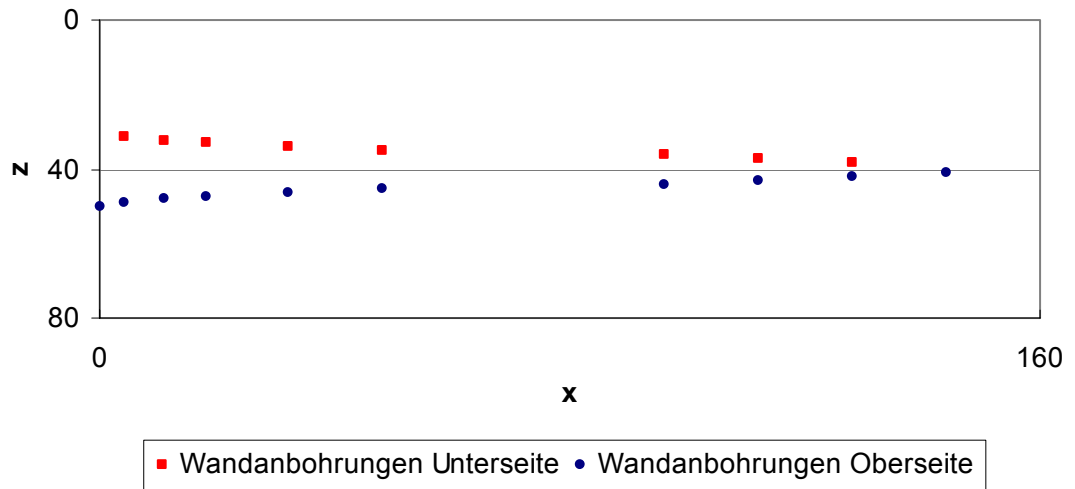


Bild 4.4: Abmessungen des Tragflügelprofils (Draufsicht) und Lage der Wandanbohrungen

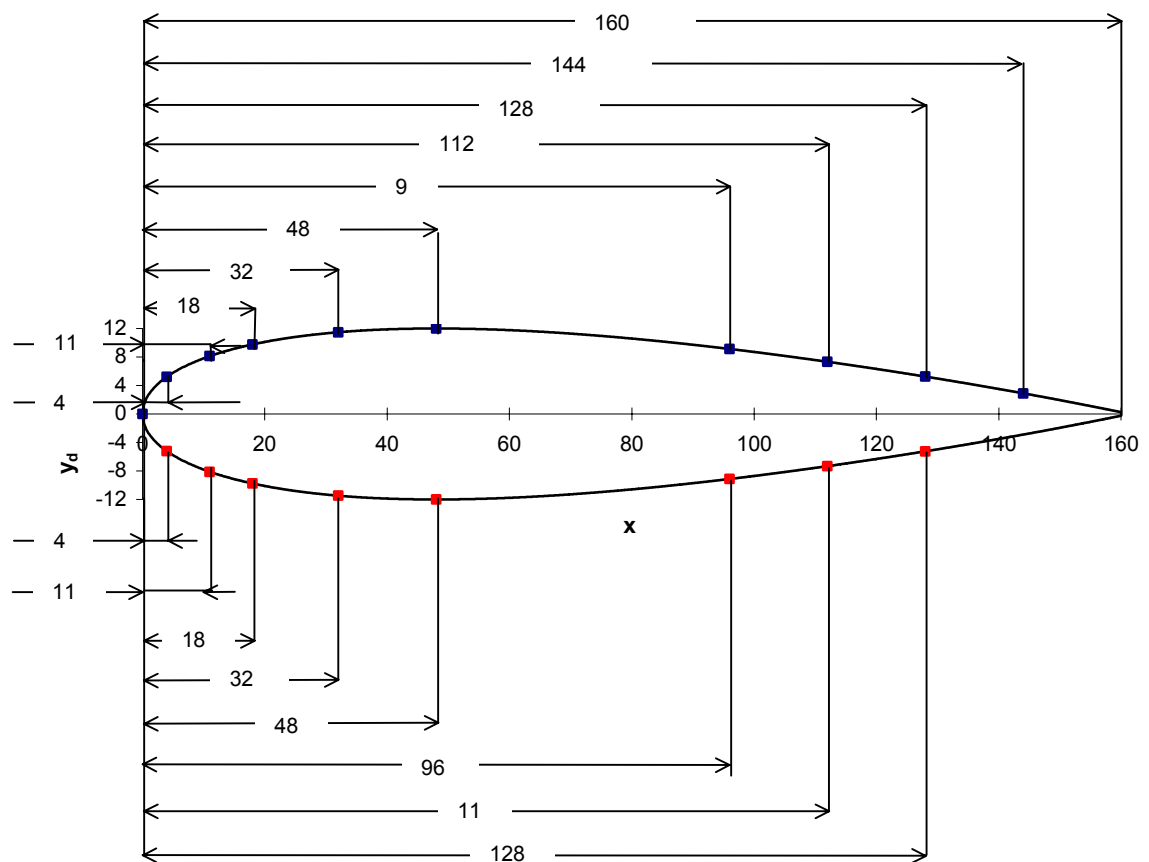


Bild 4.5: Abmessungen des Tragflügelprofils (Seitenansicht)

Für die i Druckbohrungen an der Flügelunterseite bzw. j Druckbohrungen an der Flügeloberseite gelten folgende Gleichungen:

$$(p_u)_i = (p_{Wand, unten})_i - p_\infty \quad (4.6)$$

$$(p_o)_j = (p_{Wand, oben})_j - p_\infty \quad (4.7)$$

Der dimensionslose Druckkoeffizient c_p kann folglich zu

$$c_p = \frac{(p_u)_i}{q_\infty} \quad \text{bzw.} \quad c_p = \frac{(p_o)_j}{q_\infty} \quad (4.8)$$

berechnet werden. Der Auftriebsbeiwert wird allgemein als

$$c_A = \int_0^L \left(\frac{p_u - p_o}{q_\infty \cdot L} \right) dx \quad (4.9)$$

definiert, wobei q_∞ dem dynamischen Druck der Anströmung entspricht.

Zur Lösung des Integrals wird graphische Integration verwendet. Mit Hilfe der Sehnentrapezregel erhält man für den Auftriebsbeiwert c_A den Ansatz:

$$c_A = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-1} \left[(x_{i+1} - x_i) \cdot \frac{(p_u)_{i+1} + (p_u)_i}{2} \right]}{q_\infty \cdot L} - \frac{\sum_{j=0}^{j=m-1} \left[(x_{j+1} - x_j) \cdot \frac{(p_o)_{j+1} + (p_o)_j}{2} \right]}{q_\infty \cdot L} \quad (4.10)$$

Nach erfolgter Bestimmung des Druckverlaufs wird zunächst an der Flügelunterseite für jeden Flächenabschnitt der $n = 8$ Teilintervalle ein mittlerer Differenzdruckwert gebildet. Der entsprechende Flächenabschnitt $(x_{i+1} - x_i)b$ wird mit der an ihr angreifenden Druckdifferenz $\frac{(p_u)_{i+1} + (p_u)_i}{2}$ mit $i = 0, 1, \dots, (n-1)$ multipliziert. Analog wird an

der Flügeloberseite für jeden Flächenabschnitt der $m = 9$ Teilintervalle ein mittlerer Differenzdruckwert gebildet. Der entsprechende Flächenabschnitt $(x_{j+1} - x_j)b$ wird mit der an ihr angreifenden Druckdifferenz $\frac{(p_o)_{j+1} + (p_o)_j}{2}$ mit $j = 0, 1, \dots, (m-1)$ multipliziert.

Nach der Aufsummierung der so erhaltenen Teilkräfte wird gemäß (3.1) die Auftriebskraft durch den Staudruck $q_\infty = \frac{\rho}{2} u_\infty^2$ und durch $b \cdot L$ dividiert. Folglich spielt die Flügelbreite b für die Berechnung des c_A -Wertes keine Rolle, siehe (4.10).

Zur Messwertaufnahme verwenden Sie bitte die im Anhang angefügten Messprotokolle. Die geometrischen Abmessungen zur Flächenberechnung sind Bild 4.4 und Bild 4.5 zu entnehmen.

Die Lage des Druckpunktes wird wie folgt bestimmt:

$$c_M = \frac{s}{L} c_A = \int_0^L \left(\frac{p_u - p_o}{q_\infty \cdot L} \right) \frac{x}{L} dx \quad (4.11)$$

Zur Lösung des Integrals wird erneut graphische Integration mit Hilfe der Sehnentrapezregel verwendet:

$$c_M = \frac{s}{L} c_A = \frac{\sum_{i=0}^{i=n-1} \left[(x_{i+1} - x_i) \cdot \frac{((p_u)_{i+1} + (p_u)_i)}{2} \cdot \frac{((x)_{i+1} + (x)_i)}{L} \right]}{q_\infty \cdot L} - \frac{\sum_{j=0}^{j=m-1} \left[(x_{j+1} - x_j) \cdot \frac{((p_o)_{j+1} + (p_o)_j)}{2} \cdot \frac{((x)_{j+1} + (x)_j)}{L} \right]}{q_\infty \cdot L} \quad (4.12)$$

4.1.3 Bestimmung der Widerstandskraft

Bei der Widerstandbestimmung nach dem Impulssatz wird die Widerstandskraft des Tragflügels durch Ausmessen der Störung, des sogenannten „Nachlaufs“, welche der Körper hinter sich in der Strömung zurücklässt, ermittelt [9]. Die Widerstandskraft entspricht dabei der Summe aus Impulsstrom- und Druckverlust im Nachlauf. Der Widerstandskraft muss von der Halterung des Tragflügels auf der Bodenplatte eine Kraft entgegenwirken (Haltekraft), damit der Flügel in Position gehalten werden kann. Somit ergibt sich der in Bild 4.6 dargestellte Kontrollraum für den Tragflügel.

Folgende Bezeichnungen finden dabei Verwendung:

p_∞ = statischer Druck der ungestörten Strömung vor dem Tragflügel

q_∞ = dynamischer Druck der ungestörten Strömung vor dem Tragflügel

u_∞ = Geschwindigkeit der ungestörten Strömung vor dem Tragflügel

p = statischer Druck im Nachlauf des Tragflügels

q = dynamischer Druck im Nachlauf des Tragflügels

u = Geschwindigkeit im Nachlauf des Tragflügels

p_{ges} = Gesamtdruck = $p_\infty + q_\infty$

Δp_{ges} = Gesamtdruckdifferenz

y = gewählte Höhe des Kontrollraums

Δy = gewählter konstanter Verfahrweg der Prandtl-Sonde entlang der Kontrollraumfläche 4

b = gewählte Breite des Kontrollraums, identisch mit Tragflügelbreite b

$m_{3,4}$ = Massenstrom durch die Kontrollraumflächen 3 und 4

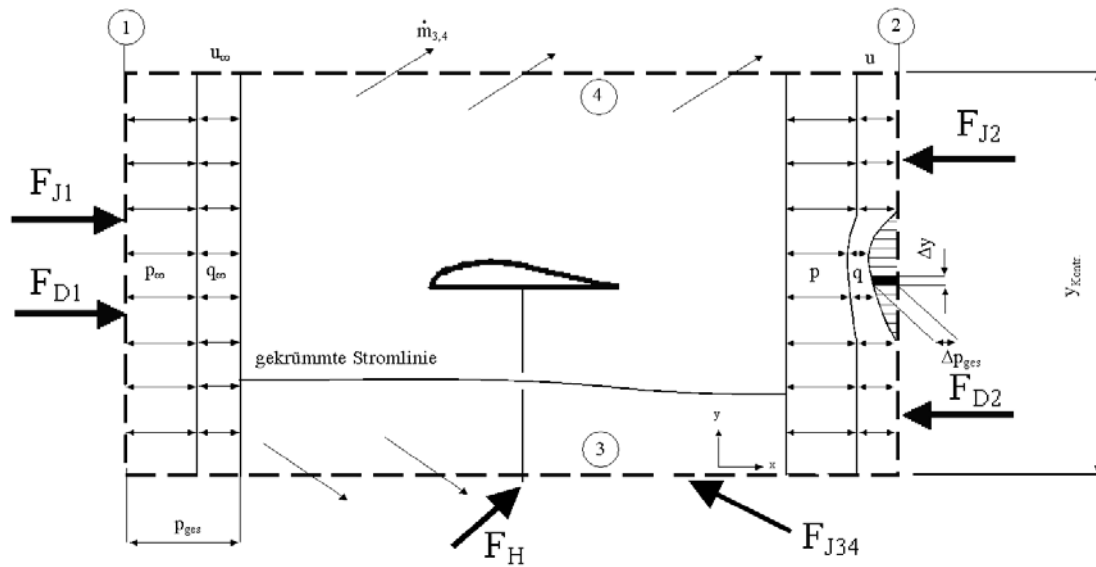


Bild 4.6: Kontrollraum für den Tragflügel

Der Impulssatz besagt, dass die zeitliche Änderung des Impulses gleich der Resultierenden der äußeren Kräfte ist. Für eine stationäre Strömung folgt hieraus, dass die Summe der auf die Oberfläche eines Kontrollraumes einwirkenden Kräfte gleich null sein muss. Für den Kontrollraum kann folgendes Kräftegleichgewicht in Strömungsrichtung (x-Richtung) aufgestellt werden:

$$|\vec{F}_{J1}| + |\vec{F}_{D1}| - |\vec{F}_{J3,4x}| - |\vec{F}_{J2}| - |\vec{F}_{D2}| + |\vec{F}_{Hx}| = 0 \quad (4.13)$$

Die Impulskraft der durch einen an der Stelle 1 gelegenen Querschnitt $y_{Kontr} \cdot b$ auf den Tragflügel zufließenden Strömung (vgl. Bild 4.6) beträgt:

$$F_{J1} = \rho \cdot u_{\infty}^2 \cdot b \cdot y_{Kontr.} = \rho \cdot b \cdot \sum u_{\infty}^2 \cdot \Delta y \quad (4.14)$$

Nach der Umströmung des Tragflügels zeigt sich ein Geschwindigkeitsprofil, das im Bereich hinter dem Tragflügel eine starke Reduzierung der Strömungsgeschwindigkeit aufweist. Diese reduzierte Strömungsgeschwindigkeit soll mit einer hinter dem Tragflügel angebrachten Prandtl-Sonde (Bild 4.2) gemessen werden, indem die Sonde ausgehend von der Nulllage auf Höhe der Profelsehne des Tragflügels über eine Traversiervorrichtung in vertikaler Richtung mit konstanter Schrittweite verfahren wird. Der Kontrollraum ist so zu wählen, dass der Bereich reduzierter Strömungsgeschwindigkeit vollständig erfasst wird. Mit Hilfe des Impulssatzes kann somit die Widerstandskraft des Tragflügels ermittelt werden.

An der Stelle 2 hinter dem Tragflügel besitzt die Strömung die Impulskraft:

$$F_{J2} = \rho \cdot b \cdot \sum u^2 \cdot \Delta y \quad (4.15)$$

Wie aus Bild 4.6 ersichtlich ist, sind die Kontrollraumflächen 3 und 4 keine Stromlinien.

Durch die Kontrollraumflächen 3 und 4 tritt ein Massenstrom $\dot{m}_{3,4}$ aus dem Kontrollraum aus, da die Stromlinien gekrümmt sind. Damit ist aber auch die

Druckverteilung längs 3 und 4 nicht konstant. Da aber der Druck senkrecht zur Kontrollfläche steht, ergibt sich kein Druckanteil in Strömungsrichtung, wohl aber eine Impulskraft, deren Anteil in x-Richtung sich zu

$$F_{J3,4x} = \rho \cdot b \cdot u_\infty \cdot \sum (u_\infty - u) \cdot \Delta y \quad (4.16)$$

berechnet.

Daraus folgt für

$$|\vec{F}_{J1}| - |\vec{F}_{J2}| - |\vec{F}_{J3,4x}| = \rho \cdot b \cdot \sum (u_\infty^2 - u^2) \Delta y - \rho \cdot b \cdot u_\infty \cdot \sum (u_\infty - u) \Delta y \quad (4.17)$$

Um den Widerstand des umströmten Tragflügels bestimmen zu können, ist neben der Impulsstromänderung noch die Druckänderung zu berücksichtigen. Die Druckänderung fällt besonders ins Gewicht, wenn die Strömung abgerissen ist, da dann in Strömungsrichtung ein erheblicher Druckabfall auftritt. Die in Anströmungsrichtung wirkende Druckdifferenz beträgt:

$$F_{D1} - F_{D2} = b \cdot \sum (p_\infty - p) \cdot \Delta y \quad (4.18)$$

Die Widerstandskraft F_W des umströmten Tragflügels, die betragsmäßig gleich zur Haltekraft F_{Hx} ist, aber entgegengesetzt zu dieser in Strömungsrichtung wirkt ($\vec{F}_{Hx} = -\vec{F}_W$), ergibt sich demnach zu

$$|\vec{F}_W| = b \cdot \sum (p_\infty - p) \cdot \Delta y + \rho \cdot b \cdot \sum (u_\infty^2 - u^2) \Delta y - \rho \cdot b \cdot u_\infty \cdot \sum (u_\infty - u) \Delta y \quad (4.19)$$

Mit Hilfe der Bernoullischen Gleichung lässt sich der Ausdruck weiter umformen zu

$$|\vec{F}_W| = b \cdot \sum \Delta p_{ges} \cdot \Delta y - \frac{\rho}{2} \cdot b \cdot \sum (u_\infty - u)^2 \cdot \Delta y \quad (4.20)$$

Nach erfolgter Bestimmung der Widerstandskraft ist abschließend die dimensionslose Kennzahl c_W für alle während des Versuchs realisierten Anstellwinkel zu ermitteln. Diese errechnet sich zu:

$$c_W = \frac{F_W}{q_\infty \cdot b \cdot l} \quad (4.21)$$

Wird (4.20) eingesetzt, folgt:

$$c_W = \frac{\sum \Delta p_{ges} \cdot \Delta y}{q_\infty \cdot l} - \sum \frac{(u_\infty - u)^2}{u_\infty^2} \cdot \frac{\Delta y}{l} \quad (4.22)$$

5 Fragen vor dem Versuchsbeginn

- (1) Erklären Sie, wie der physikalische Auftrieb an einem Tragflügelprofil zustande kommt.
- (2) Warum wird im vorliegenden Versuch der Tragflügel zwischen zwei feste Wände eingespannt?
- (3) Erläutern Sie die dimensionslose Druckverteilung für einen angestellten Tragflügel. Wie groß kann der c_p -Wert maximal werden und warum?
- (4) Erklären Sie den Einfluss der Grenzschicht auf die Strömungsablösung an einem Tragflügel mit Hilfe der Druckverteilung um mäßig gekrümmte Körper.
- (5) Erläutern Sie welche Kräfte zum Gesamtwiderstand eines umströmten Tragflügels beitragen. Zeigen Sie Maßnahmen zur Verringerung der auf den Tragflügel wirkenden Widerstandskraft auf.
- (6) Welche Größen müssen vor Versuchsbeginn ermittelt werden, damit eine vorgegebene Re-Zahl im Versuch verwirklicht werden kann? Wie wird bei gegebener Re-Zahl die Anströmgeschwindigkeit des Tragflügels bestimmt?
- (7) Beschreiben Sie das Messprinzip einer statischen Wandanbohrung.
- (8) Erläutern Sie, wie mit Hilfe der Druckverteilungsmessung die Auftriebskraft bzw. der c_A -Wert des Tragflügels bestimmt wird.
- (9) Beschreiben Sie das Messprinzip einer Prandtl-Sonde. Beschreiben Sie welche Messfehler im vorliegenden Versuch auftreten können und geben Sie Vorschläge an, wie diese nach Möglichkeit zu vermeiden sind.
- (10) Erläutern Sie, wie mit Hilfe des Impulssatzes die Widerstandskraft bzw. der c_W -Werts eines Tragflügels ermittelt werden. Welche Größen müssen dafür gemessen werden?

6 Versuchsbericht

Der abzugebende Versuchsbericht ist wie folgt zu gliedern:

1. Versuchsbeschreibung
 - 1.1 Beschreibung der Messeinrichtung und des Versuchsaufbaus
 - 1.2 Versuchsdurchführung
2. Messprotokoll
3. Auswertung der Messergebnisse
 - 3.1 Zusammenstellung der für die Auswertung entscheidenden Beziehungen
 - 3.2 Berechnung und Darstellung der Messergebnisse in folgender Form:
 - 3.2.1 Bestimmung des Umgebungsdruckes p_∞ , der Luftdichte ρ_L , der Anströmgeschwindigkeit u_∞ , der kinematischen Viskosität ν und der Reynolds-Zahl Re jeweils mit Beispielrechnung
 - 3.2.2 Diagramm mit allen dimensionslosen Oberflächendruckverteilungen an dem Tragflügelprofil ($c_p = f(x)$)
 - 3.2.3 Bestimmung der Auftriebsbeiwerte c_A mit Beispielrechnung
 - 3.2.4 Bestimmung des Momentenbeiwerts c_M und der Lage des Druckpunktes s mit Beispielrechnung
 - 3.2.5 Diagramm mit allen dimensionslosen Geschwindigkeitsverteilungen hinter dem Tragflügel ($u/u_\infty = f(y)$)
 - 3.2.6 Bestimmung der Widerstandsbeiwerte c_W mit Beispielrechnung
 - 3.2.7 Diagramm der vorliegenden Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte und der Literaturdaten aus Abschnitt 3.5 sowie Berechnung des relativen Fehlers
 - 3.2.8 Polardiagramm nach Lilienthal
 - 3.2.9 Aufgelöstes Polardiagramm mit Darstellung des Auftriebsbeiwerts c_A , des Widerstandsbeiwerts c_W und des Momentenbeiwerts c_M , sowie tabellarische Aufstellung der Gleitzahl ε und der Druckpunktlage s als Funktion des Anstellwinkels α
4. Diskussion der Messergebnisse
 - 4.1 Kritische Beurteilung der vorliegenden Messergebnisse. Dazu ist auf Messfehler, Schwächen des verwendeten Versuchsaufbaus und der verwendeten Messverfahren ausführlich einzugehen. Machen Sie Vorschläge zur Verbesserung des Versuchs!
5. Beantwortung der Fragen aus Abschnitt 4

7 Literaturverzeichnis

- [1] **Weltner, Klaus; Ingelman-Sundberg, Martin:**
Zur physikalischen Erklärung des aerodynamischen Auftriebs, Physikalisches Kolloquium des Fachbereichs Physik der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt, 19.5.2004
- [2] **Bohl, Willi:**
Technische Strömungslehre, Vogel Verlag, 9. Auflage, 1991
- [3] **Pfleiderer, C.; Petermann, H.:**
Strömungsmaschinen, Springer Verlag, 1991
- [4] **Frank, W.:**
Skript zur Vorlesung Strömungslehre, Universität Siegen, Siegen, 2004
- [5] **Zierep, J.:**
Grundzüge der Strömungslehre, Springer Verlag, Berlin, 1997
- [6] **Dubbel:**
Taschenbuch für den Maschinenbau, Springer-Verlag, 1997
- [7] **Chaudhary, R.I.; Williamson, D.T.:**
Endplate effectiveness for a NACA 0015 airfoil, United States Air Force Academy Colorado Springs, Colorado
- [8] **Nayeri, Christian:**
Skript zu den Messtechnischen Übungen II Strömungslehre, TU Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik, Sommersemester 2005
- [9] **Dubs, Fritz.:**
Aerodynamik der reinen Unterschallströmung, Verlag Birkhäuser AG, Basel/Stuttgart, 1954
- [10] **Schober, Martin:**
Strömungsmesstechnik I+II, TU Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik, 2002
- [11] **Lambrecht:**
Betriebsanleitung zum Quecksilberbarometer nach Lambrecht
- [12] **Nitsche, Wolfgang:**
Strömungsmesstechnik, Springer-Verlag, 1994

k	q [Pa]	u[m/s]	y [mm]	k	q [Pa]	u[m/s]	y [mm]
0	[Pa]	[m/s]	0 [mm]	0	[Pa]	[m/s]	0 [mm]
1	[Pa]	[m/s]	[mm]	1	[Pa]	[m/s]	[mm]
2	[Pa]	[m/s]	[mm]	2	[Pa]	[m/s]	[mm]
3	[Pa]	[m/s]	[mm]	3	[Pa]	[m/s]	[mm]
4	[Pa]	[m/s]	[mm]	4	[Pa]	[m/s]	[mm]
5	[Pa]	[m/s]	[mm]	5	[Pa]	[m/s]	[mm]
6	[Pa]	[m/s]	[mm]	6	[Pa]	[m/s]	[mm]
7	[Pa]	[m/s]	[mm]	7	[Pa]	[m/s]	[mm]
8	[Pa]	[m/s]	[mm]	8	[Pa]	[m/s]	[mm]
9	[Pa]	[m/s]	[mm]	9	[Pa]	[m/s]	[mm]
10	[Pa]	[m/s]	[mm]	10	[Pa]	[m/s]	[mm]
11	[Pa]	[m/s]	[mm]	11	[Pa]	[m/s]	[mm]
12	[Pa]	[m/s]	[mm]	12	[Pa]	[m/s]	[mm]
13	[Pa]	[m/s]	[mm]	13	[Pa]	[m/s]	[mm]
14	[Pa]	[m/s]	[mm]	14	[Pa]	[m/s]	[mm]
15	[Pa]	[m/s]	[mm]	15	[Pa]	[m/s]	[mm]
16	[Pa]	[m/s]	[mm]	16	[Pa]	[m/s]	[mm]
17	[Pa]	[m/s]	[mm]	17	[Pa]	[m/s]	[mm]
18	[Pa]	[m/s]	[mm]	18	[Pa]	[m/s]	[mm]
19	[Pa]	[m/s]	[mm]	19	[Pa]	[m/s]	[mm]
20	[Pa]	[m/s]	[mm]	20	[Pa]	[m/s]	[mm]
21	[Pa]	[m/s]	[mm]	21	[Pa]	[m/s]	[mm]
22	[Pa]	[m/s]	[mm]	22	[Pa]	[m/s]	[mm]
23	[Pa]	[m/s]	[mm]	23	[Pa]	[m/s]	[mm]
24	[Pa]	[m/s]	[mm]	24	[Pa]	[m/s]	[mm]
25	[Pa]	[m/s]	[mm]	25	[Pa]	[m/s]	[mm]
26	[Pa]	[m/s]	[mm]	26	[Pa]	[m/s]	[mm]
27	[Pa]	[m/s]	[mm]	27	[Pa]	[m/s]	[mm]
28	[Pa]	[m/s]	[mm]	28	[Pa]	[m/s]	[mm]
29	[Pa]	[m/s]	[mm]	29	[Pa]	[m/s]	[mm]
30	[Pa]	[m/s]	[mm]	30	[Pa]	[m/s]	[mm]
31	[Pa]	[m/s]	[mm]	31	[Pa]	[m/s]	[mm]
32	[Pa]	[m/s]	[mm]	32	[Pa]	[m/s]	[mm]
33	[Pa]	[m/s]	[mm]	33	[Pa]	[m/s]	[mm]
34	[Pa]	[m/s]	[mm]	34	[Pa]	[m/s]	[mm]
35	[Pa]	[m/s]	[mm]	35	[Pa]	[m/s]	[mm]
36	[Pa]	[m/s]	[mm]	36	[Pa]	[m/s]	[mm]
37	[Pa]	[m/s]	[mm]	37	[Pa]	[m/s]	[mm]
38	[Pa]	[m/s]	[mm]	38	[Pa]	[m/s]	[mm]
39	[Pa]	[m/s]	[mm]	39	[Pa]	[m/s]	[mm]
40	[Pa]	[m/s]	[mm]	40	[Pa]	[m/s]	[mm]
41	[Pa]	[m/s]	[mm]	41	[Pa]	[m/s]	[mm]
α [°]	[°]			α [°]	[°]		
T_∞	[°C]			T_∞	[°C]		
p_∞	[mbar]			p_∞	[mbar]		
ρ_L	[kg/m ³]			ρ_L	[kg/m ³]		
q_∞	[mmWS]			q_∞	[mmWS]		
u_∞	[m/s]			u_∞	[m/s]		
ν	[m ² /s]			ν	[m ² /s]		
Re				Re			

k	q [Pa]	u[m/s]	y [mm]	k	q [Pa]	u[m/s]	y [mm]
0	[Pa]	[m/s]	0 [mm]	0	[Pa]	[m/s]	0 [mm]
1	[Pa]	[m/s]	[mm]	1	[Pa]	[m/s]	[mm]
2	[Pa]	[m/s]	[mm]	2	[Pa]	[m/s]	[mm]
3	[Pa]	[m/s]	[mm]	3	[Pa]	[m/s]	[mm]
4	[Pa]	[m/s]	[mm]	4	[Pa]	[m/s]	[mm]
5	[Pa]	[m/s]	[mm]	5	[Pa]	[m/s]	[mm]
6	[Pa]	[m/s]	[mm]	6	[Pa]	[m/s]	[mm]
7	[Pa]	[m/s]	[mm]	7	[Pa]	[m/s]	[mm]
8	[Pa]	[m/s]	[mm]	8	[Pa]	[m/s]	[mm]
9	[Pa]	[m/s]	[mm]	9	[Pa]	[m/s]	[mm]
10	[Pa]	[m/s]	[mm]	10	[Pa]	[m/s]	[mm]
11	[Pa]	[m/s]	[mm]	11	[Pa]	[m/s]	[mm]
12	[Pa]	[m/s]	[mm]	12	[Pa]	[m/s]	[mm]
13	[Pa]	[m/s]	[mm]	13	[Pa]	[m/s]	[mm]
14	[Pa]	[m/s]	[mm]	14	[Pa]	[m/s]	[mm]
15	[Pa]	[m/s]	[mm]	15	[Pa]	[m/s]	[mm]
16	[Pa]	[m/s]	[mm]	16	[Pa]	[m/s]	[mm]
17	[Pa]	[m/s]	[mm]	17	[Pa]	[m/s]	[mm]
18	[Pa]	[m/s]	[mm]	18	[Pa]	[m/s]	[mm]
19	[Pa]	[m/s]	[mm]	19	[Pa]	[m/s]	[mm]
20	[Pa]	[m/s]	[mm]	20	[Pa]	[m/s]	[mm]
21	[Pa]	[m/s]	[mm]	21	[Pa]	[m/s]	[mm]
22	[Pa]	[m/s]	[mm]	22	[Pa]	[m/s]	[mm]
23	[Pa]	[m/s]	[mm]	23	[Pa]	[m/s]	[mm]
24	[Pa]	[m/s]	[mm]	24	[Pa]	[m/s]	[mm]
25	[Pa]	[m/s]	[mm]	25	[Pa]	[m/s]	[mm]
26	[Pa]	[m/s]	[mm]	26	[Pa]	[m/s]	[mm]
27	[Pa]	[m/s]	[mm]	27	[Pa]	[m/s]	[mm]
28	[Pa]	[m/s]	[mm]	28	[Pa]	[m/s]	[mm]
29	[Pa]	[m/s]	[mm]	29	[Pa]	[m/s]	[mm]
30	[Pa]	[m/s]	[mm]	30	[Pa]	[m/s]	[mm]
31	[Pa]	[m/s]	[mm]	31	[Pa]	[m/s]	[mm]
32	[Pa]	[m/s]	[mm]	32	[Pa]	[m/s]	[mm]
33	[Pa]	[m/s]	[mm]	33	[Pa]	[m/s]	[mm]
34	[Pa]	[m/s]	[mm]	34	[Pa]	[m/s]	[mm]
35	[Pa]	[m/s]	[mm]	35	[Pa]	[m/s]	[mm]
36	[Pa]	[m/s]	[mm]	36	[Pa]	[m/s]	[mm]
37	[Pa]	[m/s]	[mm]	37	[Pa]	[m/s]	[mm]
38	[Pa]	[m/s]	[mm]	38	[Pa]	[m/s]	[mm]
39	[Pa]	[m/s]	[mm]	39	[Pa]	[m/s]	[mm]
40	[Pa]	[m/s]	[mm]	40	[Pa]	[m/s]	[mm]
41	[Pa]	[m/s]	[mm]	41	[Pa]	[m/s]	[mm]
α [°]	[°]			α [°]	[°]		
T_∞	[°C]			T_∞	[°C]		
p_∞	[mbar]			p_∞	[mbar]		
ρ_L	[kg/m ³]			ρ_L	[kg/m ³]		
q_∞	[mmWS]			q_∞	[mmWS]		
u_∞	[m/s]			u_∞	[m/s]		
ν	[m ² /s]			ν	[m ² /s]		
Re				Re			

k	q [Pa]	u[m/s]	y [mm]	k	q [Pa]	u[m/s]	y [mm]
0	[Pa]	[m/s]	0 [mm]	0	[Pa]	[m/s]	0 [mm]
1	[Pa]	[m/s]	[mm]	1	[Pa]	[m/s]	[mm]
2	[Pa]	[m/s]	[mm]	2	[Pa]	[m/s]	[mm]
3	[Pa]	[m/s]	[mm]	3	[Pa]	[m/s]	[mm]
4	[Pa]	[m/s]	[mm]	4	[Pa]	[m/s]	[mm]
5	[Pa]	[m/s]	[mm]	5	[Pa]	[m/s]	[mm]
6	[Pa]	[m/s]	[mm]	6	[Pa]	[m/s]	[mm]
7	[Pa]	[m/s]	[mm]	7	[Pa]	[m/s]	[mm]
8	[Pa]	[m/s]	[mm]	8	[Pa]	[m/s]	[mm]
9	[Pa]	[m/s]	[mm]	9	[Pa]	[m/s]	[mm]
10	[Pa]	[m/s]	[mm]	10	[Pa]	[m/s]	[mm]
11	[Pa]	[m/s]	[mm]	11	[Pa]	[m/s]	[mm]
12	[Pa]	[m/s]	[mm]	12	[Pa]	[m/s]	[mm]
13	[Pa]	[m/s]	[mm]	13	[Pa]	[m/s]	[mm]
14	[Pa]	[m/s]	[mm]	14	[Pa]	[m/s]	[mm]
15	[Pa]	[m/s]	[mm]	15	[Pa]	[m/s]	[mm]
16	[Pa]	[m/s]	[mm]	16	[Pa]	[m/s]	[mm]
17	[Pa]	[m/s]	[mm]	17	[Pa]	[m/s]	[mm]
18	[Pa]	[m/s]	[mm]	18	[Pa]	[m/s]	[mm]
19	[Pa]	[m/s]	[mm]	19	[Pa]	[m/s]	[mm]
20	[Pa]	[m/s]	[mm]	20	[Pa]	[m/s]	[mm]
21	[Pa]	[m/s]	[mm]	21	[Pa]	[m/s]	[mm]
22	[Pa]	[m/s]	[mm]	22	[Pa]	[m/s]	[mm]
23	[Pa]	[m/s]	[mm]	23	[Pa]	[m/s]	[mm]
24	[Pa]	[m/s]	[mm]	24	[Pa]	[m/s]	[mm]
25	[Pa]	[m/s]	[mm]	25	[Pa]	[m/s]	[mm]
26	[Pa]	[m/s]	[mm]	26	[Pa]	[m/s]	[mm]
27	[Pa]	[m/s]	[mm]	27	[Pa]	[m/s]	[mm]
28	[Pa]	[m/s]	[mm]	28	[Pa]	[m/s]	[mm]
29	[Pa]	[m/s]	[mm]	29	[Pa]	[m/s]	[mm]
30	[Pa]	[m/s]	[mm]	30	[Pa]	[m/s]	[mm]
31	[Pa]	[m/s]	[mm]	31	[Pa]	[m/s]	[mm]
32	[Pa]	[m/s]	[mm]	32	[Pa]	[m/s]	[mm]
33	[Pa]	[m/s]	[mm]	33	[Pa]	[m/s]	[mm]
34	[Pa]	[m/s]	[mm]	34	[Pa]	[m/s]	[mm]
35	[Pa]	[m/s]	[mm]	35	[Pa]	[m/s]	[mm]
36	[Pa]	[m/s]	[mm]	36	[Pa]	[m/s]	[mm]
37	[Pa]	[m/s]	[mm]	37	[Pa]	[m/s]	[mm]
38	[Pa]	[m/s]	[mm]	38	[Pa]	[m/s]	[mm]
39	[Pa]	[m/s]	[mm]	39	[Pa]	[m/s]	[mm]
40	[Pa]	[m/s]	[mm]	40	[Pa]	[m/s]	[mm]
41	[Pa]	[m/s]	[mm]	41	[Pa]	[m/s]	[mm]
α [°]	[°]			α [°]	[°]		
T_∞	[°C]			T_∞	[°C]		
p_∞	[mbar]			p_∞	[mbar]		
ρ_L	[kg/m ³]			ρ_L	[kg/m ³]		
q_∞	[mmWS]			q_∞	[mmWS]		
u_∞	[m/s]			u_∞	[m/s]		
ν	[m ² /s]			ν	[m ² /s]		
Re				Re			