

2. Aufgabenblatt Mathematik IIIb für Elektrotechnik 22.04.2015

Abgabe: Mi. 06.05.2015, 14⁰⁰ Uhr vor der Vorlesung.

- Berechnen Sie zur Skalarfunktion $f(\vec{x}) = x^3 y^2 z^{-1}$ und zum Vektorfeld $\vec{V}(\vec{x}) = (x^2 - y, z^3 x, y^{-1} z^2)$
 - $\text{grad } f$, $\Delta f = \text{div}(\text{grad } f)$, $\text{rot}(\text{grad } f)$,
 - $\text{div } \vec{V}$, $\text{rot } \vec{V}$, $\text{rot}(\text{rot } \vec{V})$, $\text{div}(\text{rot } \vec{V})$,
 - $\text{div}(f\vec{V})$, $\text{rot}(f\vec{V})$.
- Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe geeigneter Integralsätze.
 - $\int_C \vec{V}(x, y) \vec{n}_0 ds$, $\vec{V}(x, y) = (y^4 - 2x^2, \sinh x + 3xy)$, \vec{n}_0 der nach Außen gerichtete Normaleneinheitsvektor,
 - $\int_C \vec{V}(x, y) \vec{T}_0 ds$, $\vec{V}(x, y) = (3xy - e^x, \sin y + 2x^2)$, \vec{T}_0 : Tangenteneinheitsvektor, wobei C die positiv orientierte Randkurve des Bereichs $B = \{(x, y) | 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 2\}$ ist.
- Der Hohlzylinder $4 \leq x^2 + y^2 - 4x + 2y \leq 11$ und die Ebenen $z = 0$, $x + y - z = -10$ begrenzen einen endlichen Körper K . Berechnen Sie
 - das Volumen von K .
 - die Masse des Körpers K , wenn seine Dichte durch $\rho(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2}}$ gegeben ist.
 - den Fluß des Vektorfeldes $\vec{V} = (x - \sin z, z - x + y, xz)$ durch die Oberfläche von K mit Hilfe eines Integralsatzes.
- Die Fläche F ist durch $\vec{x} = (u \cos v, 2v, -u \sin v)$, $1 \leq u \leq 4$, $0 \leq v \leq 3\pi$ gegeben. Berechnen Sie mit Hilfe eines Integralsatzes das Integral $\int_{\partial F} \vec{V} d\vec{x}$ für
 - $\vec{V} = (yz - 2x, xz + y^2, xy)$,
 - $\vec{V} = (z + y + 2 \sinh x, x + y, 2x + z)$.
- Prüfen Sie, ob die folgenden Vektorfelder quellen- bzw. wirbelfrei sind.
 - $\vec{V} = (y - zy^2 \sin(xz), 2y \cos(xz) + x, -y^2 x \sin(xz))$,
 - $\vec{V} = (\cos(x - y) - e^{x+z}, \cos(y - x) + 2xyz, e^{x+z} - xz^2)$,
 - $\vec{V} = (xyz^3, \sinh(x - y + z), \pi^{xyz})$,