

Übungen zur Vorlesung Mathematik I für Chemiker im WS 18/19

Blatt 5

Abgabe am Freitag, den 23.11.2018 , 12.15 Uhr, Raum AR-A 1011

1. Zu den Vektoren $\vec{a}_1 = (1, 1, -2, 0, 1)$, $\vec{a}_2 = (1, 2, 1, 1, -1)$ und $\vec{a}_3 = (1, 0, -5, -1, 3)$ des \mathbb{R}^5 berechne man

- a) den Winkel zwischen \vec{a}_1 und \vec{a}_2 bzw. \vec{a}_1 und \vec{a}_3 ,
b) die Dimension und eine Orthonormalbasis des Raumes $\langle \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \rangle$.

2. Man löse das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rccccrcr} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 2 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 5 \\ -x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & -2 \end{array}$$

mit Hilfe des Gaußalgorithmus.

3. Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) Man berechne BA , $A^T B$. Warum existiert AB nicht?
b) Man berechne die Determinanten $|B|$, $|C|$.
c) Man löse die linearen Gleichungssysteme

$$C\vec{x} = \vec{b} \quad , \quad B\vec{x} = \vec{b} \quad , \quad \text{mit } \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} .$$

- d) Man bestimme eine $(3,3)$ -Matrix $X \neq 0$ mit $BX = 0$.