Universität Siegen
Department Mathematik
D. Wrase

Übungen zur Vorlesung Vektoranalysis im WS15/16

Blatt 6

Abgabe am Montag, den 14.12.2015 , 12.15 Uhr, Raum ENC-D224

1. Es seien $\vec{a}_1 = (1,1,1,1,1)^T$, $\vec{a}_2 = (1,-1,2,0,1)^T$, $\vec{a}_3 = (-1,0,2,1,-1)^T \in \mathrm{R}^5$ und
$$\Phi : \mathrm{R}^3 \to \mathrm{R}^5 \quad , \Phi(t_1,t_2,t_3) = t_1\vec{a}_1 + t_2\vec{a}_2 + t_3\vec{a}_3.$$
Zeige: $M = \Phi[\mathrm{R}^3]$ ist eine dreidimensionale Untermannigfaltigkeit des R^5 und berechne den Maßtensor, den Inhalt des von $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$ aufgespannten Spates S sowie das Integral der Funktion $f : \mathrm{R}^5 \to \mathrm{R}$, $f(\vec{x}) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$. über S . **[5]**

2. Es sei $B \in [\mathrm{R}^{n-1}]$ offen, $f : B \to \mathrm{R}$ stetig diffbar und $M = [G(\vec{x})] = [(\vec{x}, f(\vec{x}))^T]$ der Graph von f .
Zeige dass dann das Volumenelement auf M durch
$$dS = \sqrt{1 + ||Gradf(\vec{x})||^2}dx$$
gegeben ist. [3]

3. Berechne den Tangenten- und den Normalenraum sowie den Maßtensor für die folgenden Untermannigfaltigkeiten des R^3 .
   a) $M := [\vec{\gamma}(t)]$, $\vec{\gamma} : \mathrm{R} \to \mathrm{R}^3$ mit $\vec{\gamma}(t) = (a\cos t, a\sin t, bt)^T$ $a, b > 0$. [2]
   b) $M =: \{(x,y,z) | (\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b})^2 + (\frac{z}{c})^2 = 1 \ , \ a \ , \ b \ , \ c > 0 \ \}$. [3]

ENC-Weihnachtsfeier am 11.12. ab 18 Uhr im Sofaraum (D-118).