Universität Siegen
Department Mathematik
D. Wrase

Übungen zur Vorlesung Mathematik I für Chemiker im WS 18/19

Blatt 7

Abgabe am Freitag, den 14.12.2018 , 12.15 Uhr, Raum AR-A 1011

1. Zu den Folgen

$$a)\ a_n = \frac{(n-1)^2}{2-3n^2} \qquad b)\ a_n = n - \sqrt{n^2-n} \qquad c)\ a_n = \frac{(-1)^n n^2 + \sqrt{n}}{(2n+1)^2}$$

$$d)\quad a_n = \frac{4^{n+1}+3}{3-2^{2n-1}}$$

berechne man die jeweiligen Grenzwerte bzw. Häufungspunkte.

2. Gegeben ist die rekursiv definierte Folge
$a_{n+1} = \sqrt{4a_n} \quad , \quad a_1 = 1$.

   a) Man berechne die ersten 4 Glieder der Folge.

   b) Man zeige, dass die Folge beschränkt ist, indem man induktiv zeigt, dass für alle $n \in N$ $0 < a_n < 4$ gilt.

   c) Man zeige, dass die Folge monoton wachsend ist, indem man mit Hilfe von b) zeigt , dass für alle $n \in N$ $a_{n+1}^2 - {a_n}^2 > 0$ gilt.

   d) Man zeige mit Hilfe von b) und c), dass die Folge den Grenzwert 4 besitzt.

3. Man zeige, dass die Folge

$$a_n = \frac{n}{3^n}$$

eine mononoton fallende Nullfolge ist. Hinweis: Man zeige zunächst , dass für alle $n \in N$

$$0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} \le \frac{2}{3}$$

gilt.

4. Man berechne

$$a)\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2n} \quad , \quad b)\ \sum_{n=2}^{\infty} 3^{-\frac{n}{2}} .$$